

ВЗАИМОСВЯЗЬ РЕФРАКЦИИ И ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ АТМОСФЕРЫ В ГЕОМЕТРИИ ЧАСТИЧНОГО ПОГРУЖЕНИЯ

Гайкович К.П., Хачева Г.Ю.

Научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ),

Б. Печерская, 25, Нижний Новгород, 603600, Россия,

телефон : (8312) 366751, факс : (8312) 369902,

e-mail : gai@nirfi.nnov.su

Аннотация - Обратная задача рефракции в геометрии погружения обобщается для случая, когда рефракция известна не на всем протяжении атмосферы, а только на некотором ее интервале. Для решения задачи применялся метод обобщенной невязки Тихонова.

I. Введение

В настоящее время рефрактометрические методы исследования атмосфер Земли и других планет получили широкое применение. Решение обратных задач рефракции позволяет восстанавливать высотные профили показателя преломления и связанных с ними метеопараметров атмосферы. Специфику конкретных обратных задач определяет взаимное положение и движение источника, приемника и атмосферы. В частности в [1] рассмотрено решение обратной задачи для случая измерений рефракции при изменении положения источника или приемника внутри атмосферы (геометрия погружения). Этот случай может быть весьма важен для исследования атмосфер планет с помощью спускаемых аппаратов. Показано, что обратная задача для этого случая сводится к решению уравнения Вольтерра 2-го рода, разработаны алгоритмы его решения и выполнено численное моделирование.

В данной работе постановка задачи обобщается для случая, когда рефракция известна не на всем протяжении атмосферы, а только на некотором конечном интервале. Для решения задачи применялся метод обобщенной невязки Тихонова [2]. Путем численного моделирования исследованы достижимая точность и условия оптимального восстановления показателя преломления земной атмосферы при решении задачи как на всем интервале, так и в слоях выше (внешняя область) и ниже (внутренняя область) верхней границы измерений в зависимости от положения последней. Для случая, когда угол места измерений рефракции постоянен, получена формула обращения для рассматриваемой обратной задачи - профиль показателя преломления во внутренней области выражен через измеряемую величину рефракции.

II. Постановка задачи

Решение обратной задачи рефракции в геометрии погружения сводится к уравнению Вольтерра 2 рода [1]

(1)

$$N(p_h) - \int_{p_h}^{\infty} N(p) \frac{pp_h \cos(\theta_0(p_h))}{[p^2 - p_h^2 \cos^2(\theta_0(p_h))]^{3/2}} dp = 10^6 \operatorname{ctg}(\theta_0) \cdot \varepsilon(p_h)$$

которое связывает исходный профиль показателя преломления $N(p)$ и наблюдаемый угол

рефракции $\varepsilon(p_h)$. Здесь $p = nr, r = r_0 + h, r_0$ - радиус Земли, n - показатель преломления,

$N = 10^6(n - 1)$ - индекс рефракции. Ранее в [2]

был рассмотрен метод восстановления профиля индекса рефракции для случая, когда угол рефракции задан на всем интервале высот в атмосфере. При этом восстановленный профиль совпадал с исходным с высокой точностью. Было показано, что погрешность восстановления зависит от величины погрешности измерения угла рефракции, положения источника и приемника относительно поверхности Земли, а также угла места.

Если решать задачу в более сложной постановке, полагая, что значения рефракции заданы только в интервале $p_0 < p_h < p_H$ (до высоты H), то интервал восстановления разобьется на две физически существенно различные области. Можно предполагать, что во внутренней области решение будет близко по свойствам к полученному в исходной постановке задачи. Во внешней области задача приближается по типу к уравнениям Фредгольма 1-го рода со свойствами решения, аналогичными обратной задаче астрономической рефракции [2]. Если предположить, что не только значения угла рефракции, но и индекс рефракции известны до высоты H , то интеграл в левой части уравнения (1) будет содержать известную компоненту и для внешней области $h > H$ задача определения индекса преломления сводится к весьма близкому к задаче [2] уравнению Фредгольма 1-го рода:

$$\int_{p_H}^{\infty} N(p) \frac{pp_h \cos(\theta_0(p_h))}{[p^2 - p_h^2 \cos^2(\theta_0(p_h))]^{3/2}} dp = N(p_h) \operatorname{ctg}(\theta_0(p_h)) - 10^6 \varepsilon(\theta_0(p_h)) - \int_{p_h}^{p_H} N(p) \frac{pp_h \cos(\theta_0(p_h))}{[p^2 - p_h^2 \cos^2(\theta_0(p_h))]^{3/2}} dp \quad (2)$$

Более того, при постоянных углах места правая часть не будет информативной, так как она стала постоянной величиной. Для решения задачи определения профиля индекса преломления

необходимо, чтобы θ_0 имело различные значения для различных $\rho_{h,}$, например, если измерения производятся в различные моменты времени. Известно, что уравнения такого типа являются некорректными и требуют для своего решения применения методов регуляризации, основанных на использовании дополнительной (априорной) количественной информации о свойствах точного решения.

Уравнение (1) в целом для внешней и внутренней области также, очевидно, является некорректной задачей, тип которой не имеет особого названия, сочетая в себе признаки уравнений обоих упомянутых типов, которые должны по-разному проявиться во внешней и внутренней области восстановления. Для решения задачи применялся метод обобщенной невязки Тихонова [2], использующий весьма общую априорную информацию о принадлежности точного решения к классу неотрицательных квадратично суммируемых функций с квадратично суммируемой производной. Большим преимуществом метода является свойство равномерной сходимости решения к точному при стремлении погрешности рефракции к нулю. Это позволяет использовать максимум модуля отклонения решения от точного для типичных распределений индекса рефракции в качестве меры точности восстановления. Поскольку при решении некорректных задач ошибка восстановления не пропорциональна погрешности данных и поэтому может быть определена только путем численного моделирования, был выполнен соответствующий численный анализ.

III. Результаты численного моделирования

Численный эксперимент по решению сформулированной задачи был выполнен при реализующихся в оптическом диапазоне точностях измерения рефракции $1 - 10''$ [3] для типичного экспоненциального профиля индекса рефракции. Оказалось, что во внешней области восстановление эффективно только до высот $H \leq 5-10$ км. На рис.1 представлен пример восстановления для $H=5$ км и точности задания рефракции $5''$. Полагалось, что угол места менялся от $0,5^\circ$ при $H=5$ км до $2,5^\circ$ при $H=0$.

На рис.2 представлена точность восстановления для $H=5$ км в зависимости от высоты для различного уровня моделируемой погрешности рефракции. Можно видеть, что свойства решения существенно различны для внешней и внутренней областей. Во внутренней области точность восстановления примерно пропорциональна погрешности данных, что характерно для корректных задач, а во внешней - сходимость более медленная.

Область перехода характеризуется возрастанием погрешности решения и занимает довольно широкий интервал высот, в котором свойства решения кардинальным образом изменяются.

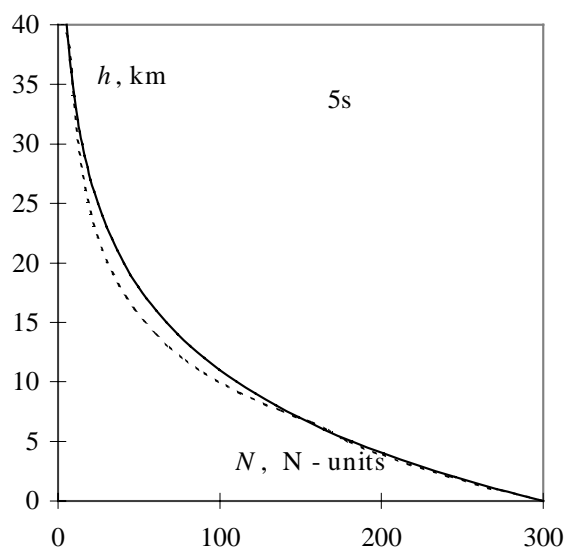


Рис.1.

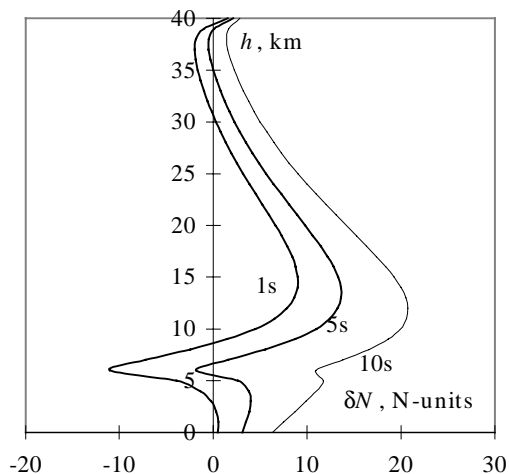


Рис.2.

На рис.3 представлены аналогичные результаты для $H=20$ км (для иллюстрации сходимости включен случай с погрешностью $0,01''$). Полагалось, что угол места менялся от $0,5^\circ$ при $H=20$ км до 10° при $H=0$.

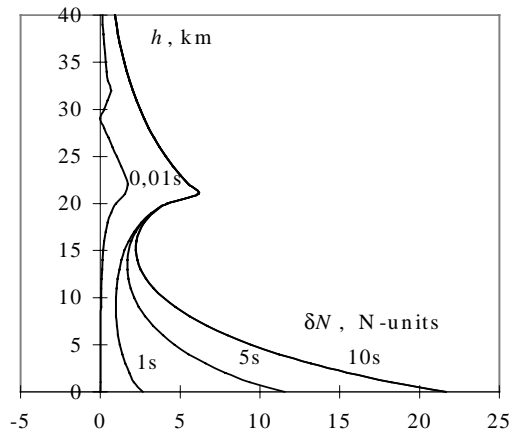


Рис.3.

Очевидно, что измерения в области реализуемых точностей в данном случае неинформативны для внешней области восстановления (погрешность одинакова для различной точности и близка к значению индекса рефракции на соответствующих высотах).

И, наконец, на рис.4 можно видеть результаты восстановления для моделируемой погрешности 5'' при различных высотах H , включая рассмотренный в [1] случай $H=40$ км (рефракция задана на всем интервале восстановления).

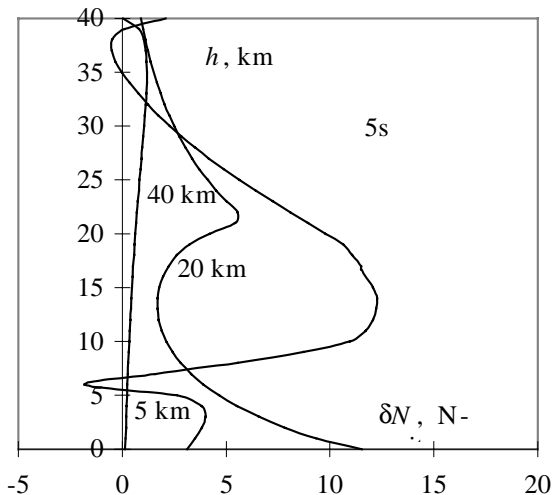


Рис.4.

Можно видеть, что в целом решение для геометрии частичного погружения имеет большую погрешность по сравнению с хорошо обусловленной задачей [1], что является проявлением некорректности задачи в геометрии частичного погружения не только во внешней области, но и на всем интервале высот.

IV. Точные решения для частных случаев

Решение для внутренней области для частного случая $\theta_0(p_h) = const$ можно получить в явном виде для внутренней области. Дифференцируя (2) по p , получим

$$\frac{d\varepsilon}{dp} = 10^{-6} \frac{p_0 \cos \theta_0}{\left[p^2 - p_0^2 \cos^2 \theta_0 \right]^{1/2}} \frac{dN}{dp}(p) \quad (3)$$

Отсюда

$$N(p) = 10^6 \int_{p_0}^{p_h} \frac{d\varepsilon}{dp}(p_h) \frac{\sqrt{p_h^2 - p_0^2 \cos^2(\theta_0)}}{p_0 \cos \theta_0} dp_h + N(p_0) \quad (4)$$

$$\varepsilon(p_h) = 10^{-6} \int_{p_0}^{p_h} \frac{dN}{dp}(p) \frac{p_0 \cos \theta_0}{\sqrt{p^2 - p_0^2 \cos^2 \theta_0}} dp + \varepsilon(p_0)$$

Можно видеть, что существенным является знание поверхностного значения индекса рефракции.

Если взять другие пределы интегрирования, то получаем решение задачи для случая, рассмотренного в [1], когда рефракция задана на всем высотном интервале:

$$N(p) = -10^6 \int_{p_0}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{dp_h}(p_h) \frac{\sqrt{p_h^2 - p_0^2 \cos^2 \theta_0}}{p_0 \cos \theta_0} dp_h \quad (5)$$

$$\varepsilon(p_h) = -10^{-6} \int_{p_h}^{\infty} \frac{dN}{dp}(p) \frac{p_0 \cos \theta_0}{\sqrt{p^2 - p_0^2 \cos^2 \theta_0}} dp$$

Как отмечалось выше, для внешней области для случая постоянного угла измерений решение получить невозможно.

V. Заключение

Поставлена и решена обратная задача рефракции в геометрии частичного погружения. Методом численного моделирования получены оценки точности решения в зависимости от параметров задачи и точности исходных данных. Получены решения в явном виде для частного случая измерений на постоянном угле приема.

VI. Список литературы

- [1]. Гайкович К.П., Хачева Г.Ю. // Оптика атмосферы и океана, 1997, т.10, N 1, с.69-72.
- [2]. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М: Наука, 1983, 200 с.
- [3]. Василенко Н.А., Гайкович К.П., Сумин М.И. // Доклады АН СССР, 1986, т.290, N 6, с.1332-1335.

INTERRELATION BETWEEN THE REFRACTION AND ATMOSPHERE REFRACTION INDEX IN GEOMETRY OF PARTIAL IMMERSION

Gaikovich K.P., Hacheva G.Yu.
*Radiophysical Research Institute,
 B. Pecherskaja St., 25, Nizhny Novgorod, 603600,
 Russia.,
 phone : (8312) 366751, fax : (8312) 369902,
 e-mail : gai@nirfi.nnov.su.
 Brjansk State Teacher Training University,
 Bezhickaja st., 14, Brjansk, 241036, Russia.*

The refraction inverse problem in immersion geometry is generalized for the case when the refraction is known not for all atmosphere depth but only for some its region. For the problem solution Tikhonov's method of generalized mismatch has been used.