

# NUMERICAL SIMULATION OF NEAR-FIELD MICROWAVE TOMOGRAPHY OF SUBSURFACE DIELECTRIC INHOMOGENEITIES

Gaikovich K. P.

*Institute for Physics of Microstructures RAS, GSP-105, Nizhny Novgorod, 607680, Russia,  
Nizhny Novgorod State University, 23, Gagarina Ave., Nizhny Novgorod, 603950, Russia  
Ph.: +7(831)4179464, e-mail: gai@ipmras.ru*

*Abstract* —Method of multifrequency microwave tomography and holography of subsurface dielectric inhomogeneities in the near-field zone based on the solution of inverse scattering problem is studied in numerical simulation with input data calculated from Maxwell equations.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БЛИЖНЕПОЛЬНОЙ СВЧ ТОМОГРАФИИ ПОДПОВЕРХНОСТНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Гайкович К. П.

*Институт физики микроструктур РАН, ГСП-105, Нижний Новгород, 607680, Россия  
Нижегородский государственный университет, Н. Новгород, пр. Гагарина, 23, 603950, Россия  
тел.: (831)4179464, e-mail: gai@ipmras.ru*

*Аннотация* — Метод многочастотной СВЧ томографии и голографии подповерхностных неоднородностей в ближней зоне, основанный на решении обратной задачи рассеяния, исследуется в численном моделировании с использованием входных данных, рассчитываемых на основе уравнений Максвелла.

### I. Введение

В последнее время значительный прогресс достигнут в области ближнеполевой электромагнитной томографии и голографии подповерхностных неоднородностей [1-3]. В рамках теории возмущения соответствующая обратная задача рассеяния сводится к решению нелинейного интегрального уравнения, начиная с борновского приближения методом обобщенной невязки на классе комплекснозначных функций Соболева  $W_2^1$  как уравнения Фредгольма 1-го рода [5,6]. Как продемонстрировано в экспериментах [3], для неоднородностей в ближней зоне этот метод позволяет реализовать субволновую разрешающую способность. Однако известно, что использование борновского приближения может приводить к большим погрешностям для неоднородностей с большими контрастами диэлектрической проницаемости.

Для решения обратных задач рассеяния за пределами применимости борновского приближения в [4] был предложен метод двойственной регуляризации – новый метод в теории оптимизации, основанный на принципе Лагранжа, который позволяет решать такие задачи, используя непосредственно исходные уравнения Максвелла [5]. Результаты его применения к более простым одномерным задачам показали его эффективность [6]. Однако оказалось, что для решения трехмерных задач – даже с применением суперкомпьютеров – алгоритм этого метода должен быть предельно оптимизирован.

Оптимизация включает минимизацию размерности сетки дискретизации, точную предварительную локализацию области неоднородности на основе визуализации данных измерений, а также использование наиболее близкого первого приближения. Таким приближением может в частности служить и результат решения задачи на основе интегрального уравнения в борновском приближении. В этой связи особый интерес представляют выполненные в дан-

ной работе численные исследования результатов решения задачи в борновском приближении на основе расчетов прямых вычислений рассеянного поля из уравнений Максвелла.

### II. Основная часть

Если рассеивающая область  $\varepsilon_1(\mathbf{r})$  находится в среде с комплексной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , то электромагнитное поле для такой неоднородной среды с  $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(\mathbf{r})$  определяется из решения уравнений Максвелла. Используя формализм функций Грина, можно представить полное поле как сумму компонент зондирующего и рассеянного полей [2]:

$$E_i(\mathbf{r}) = E_{0i}(\mathbf{r}) + E_{1i}(\mathbf{r}) \\ = E_{0i}(\mathbf{r}) - \frac{i\omega}{4\pi} \int_V \varepsilon_1(\mathbf{r}') E_j(\mathbf{r}') G_{ji}^{21}(x-x', y-y', z, z') d\mathbf{r}' \quad (1)$$

где  $\omega$  - циклическая частота,  $c$  - скорость света где  $G_{ij}^{12} = \|G_{ij}^{12} + {}^\perp G_{ij}^{12}$ ,  $G_{ji}^{21} = \|G_{ji}^{21} + {}^\perp G_{ji}^{21}$  - компоненты тензоров Грина для распространения в прямом и обратном направлении – суммы компонент для ТЕ ( $\perp$ ) и ТН( $\|$ ) – поляризации;  $j_i$  - функция распределения токов в источнике; используется правило суммирования по повторяющимся индексам ( $i, j = x, y, z$ ).

Постановка обратной задачи рассеяния может быть основана на решении (1) как нелинейного интегрального уравнения 1-го рода по данным многочастотных измерений рассеянного поля в двумерной области над поверхностью среды с неоднородностью. Как было показано в [2], это трехмерное уравнение в борновском приближении приобретает вид свертки по поперечным координатам при условии жесткой связи приемной и передающей антенны, и преобразование Фурье сводит его к одномерному интегральному уравнению Фредгольма 1-го рода

относительно компонент глубинного профиля поперечного спектра неоднородности.

Этот подход был применен в экспериментальных исследованиях [3], где в решаемом уравнении выполнен учет передаточных функций измерительной системы и для селекции вклада в сигнал подповерхностной неоднородности выполнена трансформация многочастотных данных в синтезированный псевдоимпульс [3]:

$$s(x, y, t) = \int_{\Delta\omega} s(x, y, \omega) \exp(i\omega t) d\omega, \quad (2)$$

в котором вместо временного параметра удобнее использовать параметр эффективной глубины рассеяния  $z_s$  согласно  $s(x, y, z_s) =$

$s(x, y, t = -2z_s \operatorname{Re} \sqrt{\epsilon_0} / c)$ . Поперечное фурье-преобразование приводит задачу в борновском приближении к одномерному интегральному уравнению

$$s(k_x, k_y, z_s) = \int_{z'} \epsilon_1(k_x, k_y, z') K_1(k_x, k_y, z', z_s) dz', \quad (3)$$

решение которого для всех пар спектральных компонент после обратного фурье-преобразования приводит к искомому трехмерному распределению:

$$\epsilon_1(x, y, z) = \iint \epsilon_1(k_x, k_y, z) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y. \quad (4)$$

Как показано в [3], для объектов с однородной внутренней структурой  $\epsilon_1 = \epsilon_i$  можно определить форму поверхности, используя явное представление для одномерного обратного фурье-преобразования решения (3) по одному из спектральных параметров:

$$\begin{aligned} \epsilon_1(k_y, x(z), z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon_1(k_x, k_y, z) \exp(ik_x y) dk_x, \\ &= f(k_y, x_1(y, z), x_2(y, z), z), \end{aligned} \quad (5)$$

из решения которого как трансцендентного комплекснозначного уравнения форма объекта получается в виде двух функций  $x_1(y, z), x_2(y, z)$  в каждом сечении  $z = \text{const}$ .

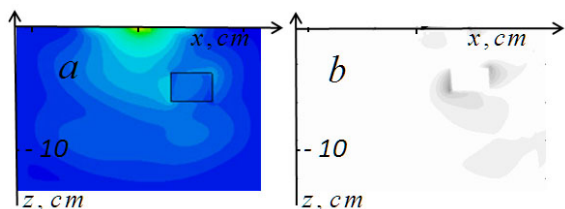


Рис. 1. а – амплитуда поля для образца из цемента  $4 \times 4 \times 3 \text{ см}^3$  в масле; б – поле рассеянной компоненты.

Fig. 1. (a) field amplitude for the concrete target  $4 \times 4 \times 3 \text{ cm}^3$  in soil; (b) scattered component field

Для численного моделирования использовались расчеты «данные измерений» в диапазоне 1,6 – 7 ГГц для измерительной системы [3]. На рис.1а показано распределение амплитуды электрического поля на частоте 1,6 ГГц вокруг зондируемого объекта из цемента размером  $4 \times 4 \times 3 \text{ см}^3$  в жидком масле, рассчитанного для излучающей bow-tie антенны, использованной нами в [3]. На рис.1б представлена только компонента рассеянного поля. Можно видеть, что зондирующее поле мало искажается внутри объекта в ближней зоне, поэтому и его вторичное рассеяние мало. На более высоких частотах диапазона размер ближней зоны сокращается, и вторичное рассеяние постепенно растет. Тем не менее, результаты решения задач томографии и голографии, полученные при

уровне случайной погрешности 5% из (3)-(5), демонстрируют хорошее качество восстановления (рис.2).

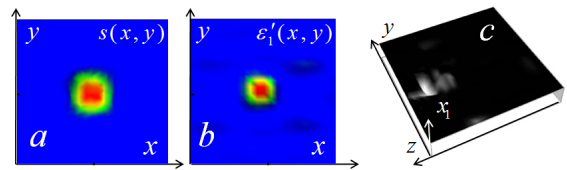


Рис. 2. а – поперечное распределение псевдоимпульса для объекта на рис.1; б - томографический разрез на глубине середины неоднородности; в – голографическое изображение половины объекта, описываемой функцией  $x_1(y, z)$ .

Fig. 2. (a) transversal section of pseudopulse for the target in Fig. 1; (b) tomography section at the center of the depth position of the target; (c) holography image of the half-target described by the function  $x_1(y, z)$ .

Можно видеть, что использование борновского приближения при решении задачи ближнепольной СВЧ томографии в рассмотренном случае с достаточно типичными параметрами объекта и среды привело к хорошим результатам, хотя на рис.2с. на больших глубинах за объектом и видны некоторые артефакты, связанные с влиянием вторичного рассеяния. Поэтому для многих приложений результат решения задачи в борновском приближении для объектов такого типа является вполне удовлетворительным, а также, по всей вероятности, может служить достаточно хорошим первым приближением для более строгих методов анализа.

### III. Заключение

Результаты численного моделирования ближнепольной СВЧ томографии на основе решения интегрального уравнения в борновском приближении продемонстрировали, что существует широкая область параметров неоднородностей, где влияние вторичного рассеяния является незначительным, что позволяет, как применять такое решение непосредственно, так и использовать его в качестве первого приближения для последующего анализа.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты. №13-07-97028\_р\_Поволжье и №13-02-12155\_офи\_м, а также программы Российской Академии Наук

### IV. References

- [1] Gaikovich K.P. Subsurface near-field scanning tomography, *Physical Review Letters*, 2007, vol. 98, No. 18, pp.183902.
- [2] Gaikovich K.P., Gaikovich P.K. Inverse problem of near-field scattering in multilayer media, *Inverse Problems*, 2010, vol. 26, No. 12, pp. 125013.
- [3] Gaikovich K.P., Gaikovich P.K., Maksimovitch Ye.S., Badeev V.A. Pseudopulse near-field subsurface tomography, *Physical Review Letters*, 2012, vol. 108, No. 16, pp. 163902.
- [4] Gaikovich P.K., Sumin M.I., Gaikovich K.P. One-dimensional inverse scattering problem. *13<sup>th</sup> International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON-2011)*, Stockholm, Sweden, 2011, pp. We.A2.4.
- [5] Sumin M.I. 'Parametric Dual Regularization in a Nonlinear Mathematical Programming', in *Advances in Mathematics Research, Volume 11, Chapter 5*, New-York, Nova Science Publishers Inc., 2010. pp. 103-134.
- [6] Gaikovich K.P., Gaikovich P.K., Sumin M.I. Inverse scattering problem in pseudopulse diagnostics of periodic structures. *4<sup>th</sup> Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2012)* Kharkiv, Ukraine, 2012, pp. 390-393.