

УДК 551.501.71:551.510.61

**О ВОССТАНОВЛЕНИИ МЕТЕОПАРАМЕТРОВ
ПО ВНУТРИАТМОСФЕРНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ ОПТИЧЕСКОЙ
РЕФРАКЦИИ КОСМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ**

ГАИКОВИЧ К. П., ГУРВИЧ А. С., НАУМОВ А. П.

Исследованы физические и математические аспекты постановки и решения обратной рефрактометрической задачи — восстановления профилей показателя преломления и метеопараметров по внутриатмосферным измерениям оптической рефракции внеземных источников. Показано, что если наблюдатель находится внутри атмосферы, то обратная задача хорошо обусловлена при отрицательных углах места и математически некорректна при положительных углах. С помощью численного моделирования рефрактометрического эксперимента на ЭЦВМ исследована возможность восстановления вертикальных профилей температуры, давления и даны оценки ошибок решения соответствующей обратной задачи. Показано, что в сферически-слоистой атмосфере сильные искажения изображения Солнца на восходе (закате) наблюдаются при отрицательных углах места и отображают структуру температурного поля ниже точки наблюдателя.

При наблюдении фигуры Солнца низко над горизонтом можно обычно отметить деформации диска, вызванные рефракцией. Так, большое количество фотографий заходов Солнца было получено с помощью телескопа с фокусным расстоянием 6 м в обсерватории Каstell-Гандольфо [1], расположенной на высоте 435 м над уровнем моря, в 20 км от берега Среди-земного моря (дальность горизонта при наблюдении захода составляла около 100 км).

Если не принимать во внимание редко встречающиеся условия волноводного распространения [2, 3], то для описания рефракционных эффектов, наблюдавшихся при малых углах места светила, можно, по-видимому, воспользоваться теорией рефракции в приближении сферически-симметричной атмосферы. В этом приближении считается, что показатель преломления n в области, где влияние атмосферы на искривление световых лучей существенно, зависит только от расстояния z от центра планеты: $n=n(z)$.

Для сферически-симметричной атмосферы может быть поставлена обратная задача — по измерениям углов рефракции z определить зависимость $tg(\tau)$. Это представляет интерес для метеорологии, физики атмосферы, оперативного определения характеристик распространения электромагнитных волн различных диапазонов, так как индекс рефракции $N=(n-1)10^6$ в оптической и инфракрасной областях спектра пропорционален плотности воздуха ρ

$$N=A_\lambda\rho, \quad (1)$$

где A_λ — коэффициент, слабо зависящий от длины волны [4] (для $\lambda = 0,6$ мкм $A_\lambda=2,25 \cdot 10^5$ г⁻¹см³). Таким образом, измерения рефракции открывают новые возможности дистанционного зондирования атмосферы, что было продемонстрировано результатами экспериментов по измерениям рефракции на ДОС «Салют-6» [5, 6].

В данной работе поставлены и решаются прямая и обратная задачи об условиях наблюдений мелкомасштабных возмущений вертикальных профилей плотности, температуры и давления воздуха из результатов рефракционных измерений с поверхности Земли и с различных высот, включая наблюдения с малых высот $\sim 10^4$ -500 м. В качестве метода исследования в работе используется численное моделирование рефрактометрического эксперимента по наблюдениям восхода Солнца в оптическом диапазоне волн. В статье исследован также вопрос о степени обусловленности обратной задачи рефракции при различных условиях наблюдения (выше и ниже уровня наблюдателя, находящегося внутри атмосферы).

1. Основные соотношения для атмосферной рефракции

Геометрия хода лучей для рассматриваемой задачи изображена на рис. 1. Если поле показателя преломления обладает сферической симметрией¹ $n=n(r)$, то для каждого луча можно записать закон Снеллиуса в форме [7]:

$$rn(r) \sin \varphi = p = \text{const}, \quad (2)$$

где $\varphi = \varphi(r)$ — зенитный угол луча. А. Рассмотрим сначала наблюдения рефракции при положительных углах места θ_0 в точке наблюдения r_n , $\theta_0 = \pi/2 - \varphi(r_0)$. Этому случаю соответствует луч / на рис. 1. Наблюдаемый угол рефракции ε_+ для каждого θ_0 может быть

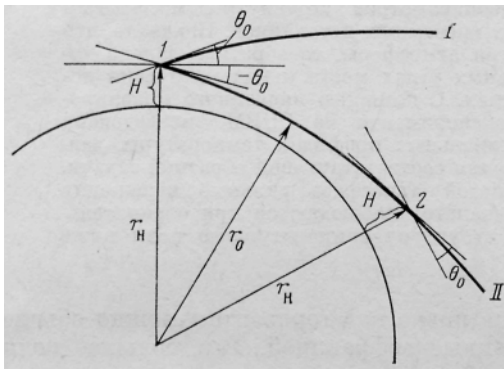


Рис. 1. Геометрия лучей рефракционного эксперимента с высот внутри атмосферы

$$\varepsilon_+ = -p \int_{r_n}^{\infty} \frac{d \ln n}{dr} \frac{dr}{[(nr)^2 - p^2]^{1/2}}, \quad (3)$$

$$p = r_n n(r_n) \cos \theta_0.$$

Уравнение (3) связывает измеряемый угол рефракции $\varepsilon(p)$ и неизвестный вертикальный профиль $n(r)$. Если одновременно с величиной рефракции измерить в точке наблюдения значение $n(r_n) = n_n$ и считать известным r_n , то решение уравнения (3) даст искомый профиль $n(r)$.

Интегрируя (3) по частям, получаем после замены переменной интегрирования $rn(r) = x$ уравнение

$$\frac{\varepsilon_+(p)}{p} - \frac{\ln n_n}{(r_n^2 n_n^2 - p^2)^{1/2}} = - \int_{r_n n_n}^{\infty} \frac{x \ln n(x)}{(x^2 - p^2)^{3/2}} dx, \quad (4)$$

которое является интегральным уравнением Фредгольма первого рода относительно неизвестной функции $\ln n(x) \approx 10^{-6} N(x)$.

Решение этого уравнения является типичной некорректной (в классическом смысле) задачей [9]. Для решения (4) необходимо прибегнуть к тому или иному способу регуляризации. Отсутствие заметного влияния температурной стратификации на изображение Солнца в этом случае (см. раздел 2 статьи) подчеркивает трудности решения уравнения (4).

Заметим, что близкая по геометрии лучей и исходным уравнениям, хотя и не совсем подобная рассмотренной в данной работе, задача определения вертикальных профилей показателя преломления в планетных

¹ О выполнимости данного условия см. [8].

атмосферах при бистатической радиолокации планет (для положительных углов зондирования) обсуждалась в [10]. Поэтому все сделанные выше замечания о характере обратной рефракционной задачи при положительных углах зондирования в полной мере относятся и к постановке задачи в [10].

Существенно отметить, однако, то обстоятельство, что даже незначительный подъем пункта наблюдения (хотя бы на несколько метров) может позволить проводить наблюдения рефракции при отрицательных углах места, при которых возможна принципиально другая ситуация.

Б. Геометрия наблюдений внутриатмосферной рефракции при отрицательных углах места ($\theta_0 < 0$) представлена на рис. 1 (луч //).

Для углов $\theta_0 < 0$ угол рефракции ε_- может быть вычислен по формуле

$$\varepsilon_- = -2p \int_{r_0}^{r_H} \frac{d \ln n(r)}{dr} \frac{dr}{[(nr)^2 - p^2]^{1/2}} - p \int_{r_H}^{\infty} \frac{d \ln n(r)}{dr} \frac{dr}{[(nr)^2 - p^2]^{1/2}}, \quad (5)$$

где расстояние перигея луча $r_0 < r_H$, $p = r_0 n_0 = r_H n_H \cos \theta_0$, $n_0 = n(r_0)$. Первое слагаемое в (5) описывает рефракцию луча при распространении между точками 1 и 2, где $r \leq r_H$, второе — на остальном пути, где $r > r_H$. Второе слагаемое в (5) совпадает с (3), что является следствием симметрии лучей относительно точки поворота $r = r_0$. Отсюда следует, что второе слагаемое в уравнении (5) может быть получено из измерений рефракции при $\theta_0 > 0$, и поэтому для нахождения $n(r)$ в

$$\frac{\varepsilon_-(p) - \varepsilon_+(p)}{2p} = - \int_p^{r_H n_H} \frac{d \ln n(x)}{dx} \frac{dx}{(x^2 - p^2)^{1/2}}, \quad x = rn(r). \quad (6)$$

В отличие от (4), уравнение (6) есть уравнение Вольтерра и элементарными преобразованиями может быть сведено к уравнению Абеля [11]. Точное решение

$$\ln \left[\frac{n(x)}{n_H} \right] = \frac{1}{\pi} \int_x^{r_H n_H} \frac{\varepsilon_-(p) - \varepsilon_+(p)}{(p^2 - x^2)^{1/2}} dp, \quad r = \frac{x}{n(x)}. \quad (7)$$

Имея точное решение, легко убедиться, что малые ошибки измерений ε приводят к малым же ошибкам в получаемых из (7) значениях n . При уменьшении радиуса корреляции погрешностей измерений Δ погрешность восстановленных значений n также убывает. Все изложенное приводит к хорошей обусловленности в целом задачи восстановления показателя преломления из измерений рефракции космических источников при отрицательных углах места.

Отметим, что при высотах наблюдения ~ 100 м, когда противоположные края Солнца одновременно наблюдаются как при положительных, так и при отрицательных углах места и для всех точек изображения при $\theta_0 < 0$ имеются соответствующие точки изображения при равных по абсолютной величине значениях $\theta_0 > 0$, представляется возможным определить разность $\varepsilon_{+-} - \varepsilon_{+}$

$$\varepsilon_-(\theta_0) - \varepsilon_+(\theta_0) = \sqrt{d^2 - a^2} + \sqrt{d^2 - b^2} - 2\theta_0, \quad (8)$$

где d — угловой радиус Солнца, a и b — отсчитываемые от центра диска абсциссы, точек изображения при положительных и отрицательных углах θ_0 соответственно. В этом случае нет нужды определять порознь абсолютные значения ε_+ и ε_- , что требует достаточно точной временной привязки измерений и сказывается на общей точности результатов. Для восстановления профилей метеоэлементов до уровня поверхности в данной ситуации необходимо, чтобы Солнце касалось горизонта.

2. Количественные результаты решения обратной рефракционной задачи

Численные эксперименты на ЭЦВМ позволили получить наглядное подтверждение приведенных выше общих результатов. При моделировании рефракционного эксперимента использовались профили температуры как близкие к стандартному профилю (рис. 2,а), так и профили с различными инверсиями, включая и небольшие инверсии на высотах $\sim 250\div 400$ м (рис. 2,б). В метеорологических реализациях, изображенных на рис. 2, давление у поверхности составляло 1000 мбар. Для всех

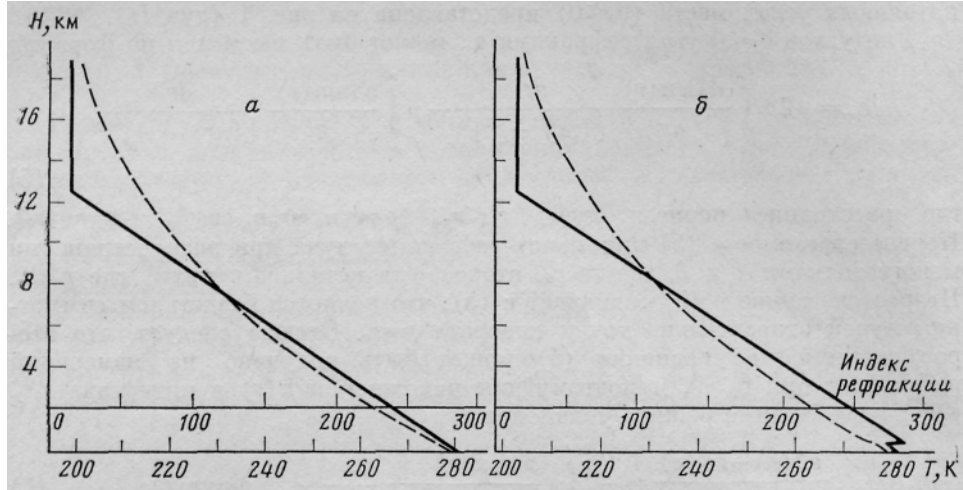


Рис. 2. Примеры высотных зависимостей температуры T (сплошные кривые) и индекса рефракции $N=(n-1)10^6$ в оптическом диапазоне (пунктирные кривые): а - профили T , N , близкие к стандартным профилям; б — профили T , N при наличии небольшой приземной инверсии температуры

данных были рассчитаны вертикальные профили индекса рефракции N в оптическом диапазоне волн по формуле (1). По результатам расчетов N для наглядности были построены изображения (рис. 3) Солнца на восходе для наблюдателей, расположенных на высотах $H=500$ м — выше инверсии (наблюдатель A) и $H=25$ м — ниже инверсии (наблюдатель B). Изображения Солнца воспроизводились на графопостроителе ЭЦВМ (БЭСМ-6).

Сравнение изображений рис. 3 показывает, что картина, которую должен наблюдать A , резко отличается от той, которую может видеть B . Наблюдатель A легко может отметить разницу между гладким профилем в профилем с наличием инверсии, тогда как для B картины почти неразличимы. Этот результат наглядно демонстрирует разницу в чувствительности рефрактометрических измерений к вариациям показателя преломления при наблюдениях при положительных и отрицательных углах места. Полученные данные свидетельствуют о том, что при наблюдениях при положительных углах места не фиксируется каких-либо особенностей (кроме общего сжатия) на изображении диска², а все разнообразие искажений фигуры Солнца вблизи горизонта наблюдается только при отрицательных углах места.

Исследование возможностей восстановления вертикальных профилей температуры из рефрактометрических данных осуществлялось на профилях температуры с большим числом мелких деталей ниже точки наблюдателя. Один из таких профилей представлен на рис. 4. Численный эксперимент включал в себя решение прямой (вычисление ϵ по известным

² Этот вывод справедлив и для очень сильных температурных инверсий.

метеоданным) и обратной (восстановление профилей N , T и давления P по зависимости $\varepsilon(p)$ задач. На вычисляемое при решении прямой задачи для каждой

значение рефракции ε «набрасывалась» некоррелированная по высоте случайная ошибка с помощью датчика случайных чисел в ЭЦВМ с нормальным распределением, дисперсия которого равнялась квадрату моделируемой среднеквадратичной ошибки измерения.

Пример восстановления профиля температуры для высоты наблюдений

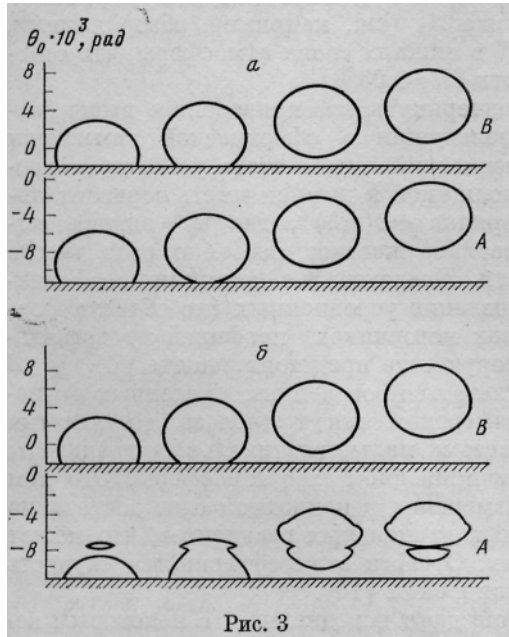


Рис. 3

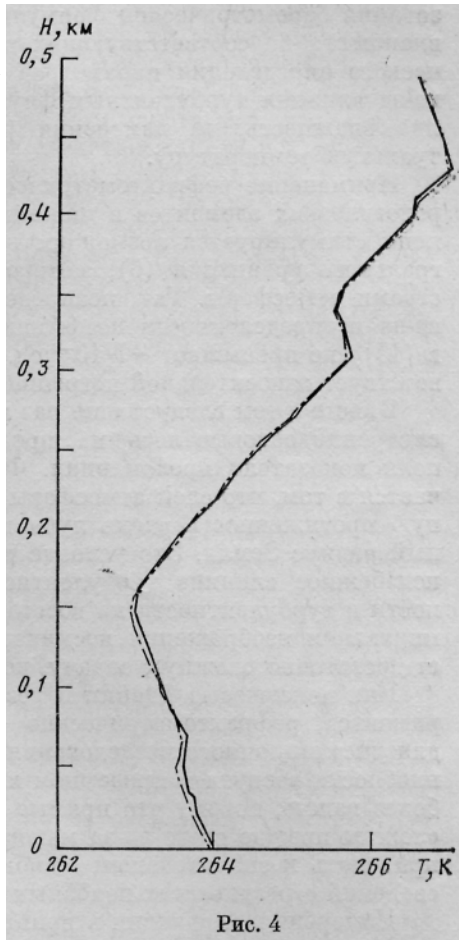


Рис. 4

Рис. 3. Динамика изображения восходящего Солнца, видимого через атмосферу Земли. Моделирование наземного эксперимента для высотных профилей температуры, представленных на рис. 2 (а и б). Наблюдатель A расположен на высоте $H=500$ м (выше температурной инверсии в случае б), наблюдатель B — на высоте $H=25$ м (ниже температурной инверсии в случае б)

Рис. 4. Пример восстановления высотного профиля температуры при наблюдениях атмосферной рефракции с погрешностью $\varepsilon=1\%$ с высоты $H=500$ м (численный эксперимент). Сплошная кривая — «истинное» значение $T(h)$, пунктир — восстановленный профиль

500 м показан на рис. 4 пунктиром. При восстановлении использовались моделируемые данные с шагом по высоте, равным ~ 10 м, что соответствует шагу по углу $\sim 20''$. Ошибки моделируемых измерений считались статистически независимыми со среднеквадратичным значением $\sim 1\%$, что соответствует точности измерений углов оптической рефракции около $15''$. Восстановление профилей N и T осуществлялось с помощью как соотношения (7), так и численного решения обратной задачи методом, изложенным в [12]. В последнем случае уравнение (6) первоначально решалось относительно производной dn/dr , а затем определялись высотные профили n (по известным значениям $n(r_0)$ и dn/dr), P (из барометрической формулы, имеющей с учетом (1) вид: $dP/dr = \text{const} (n-1)$) и T (из соотношения (1) по известным значениям $n(r)$ и $P(r)$). Восстанов-

ленные описанным способом профили температуры повторяют исходные профили с погрешностью менее 0,1 К, а соответствующие погрешности в определении атмосферного давления не более 0,1 мбар (с учетом использования барометрической формулы для давления при средних значениях влажности на соответствующих высотах). Погрешность рефрактометрического определения параметров атмосферы может несколько возрасти из-за влияния турбулентных флуктуации. Если не принимать во внимание влажность, то измерения рефракции позволяют определить виртуальную температуру.

Применение рефрактометрических методов для восстановления метеорологических элементов в нижних слоях атмосферы в существенной степени стимулируется возможностями весьма точного знания ядра интегрального уравнения (6), которое определяется преломляющими свойствами атмосферы. Так, неопределенность в знании индекса рефракции из-за неопределенности коэффициента A_λ (см., например, обзор данных, в [13]) не превышает $\sim 7 \cdot 10^{-2}$ ед. N в нижних слоях атмосферы, что соответствует относительной погрешности $\delta N \sim 0,03\%$.

Вместе с тем следует еще раз подчеркнуть, что приведенное выше рассмотрение основывалось на предположении о сферической симметрии поля показателя преломления. Физический смысл этого условия заключается в том, что слой атмосферы толщиной h должен иметь горизонтальную протяженность вдоль луча порядка $\sim 2(a_3 h)^{1/2}$, где a_3 — эквивалентный радиус Земли. Это условие довольно жесткое, особенно если учесть неизбежное влияние турбулентности. Исследование влияния несферичности и турбулентности на восстановление усредненных (по области формирования изображения космических источников) профилей представляет достаточно сложную задачу, которую еще предстоит решать.

Как показывают оценки и результаты проведенных численных экспериментов, рефрактометрические измерения могут сделать доступными для дистанционного исследования весьма малые вертикальные градиенты плотности воздуха в приземном или приводном слое атмосферы. Это тем более важно, потому что прямые измерения в приводном слое достаточно сложны прежде всего из-за малости вертикальных градиентов, что может приводить к значительным ошибкам. Отчасти этим объясняется скудость сведений о результатах подобных измерений [14].

Измерения рефракции в принципе дают осредненное (с некоторым весом) вдоль луча значение показателя преломления. Пространственное осреднение в некоторых случаях может оказаться недостатком метода. Однако, как правило, интерес представляют средние значения, и в этом случае, если есть основания для предположения о горизонтальной однородности, осреднение по пространству может привести к статистически более устойчивым результатам, чем локальные измерения с неизбежным осреднением по времени.

Следует подчеркнуть, что приведенное выше доказательство достаточной обусловленности задачи восстановления вертикальных профилей показателя преломления основано на результатах численного эксперимента и выполнено не на математическом, а на физическом уровне строгости.

На основании полученных результатов отметим также возможную перспективность использования рефрактометрических методов и в диапазоне микрорадиоволн для дистанционного определения метеорологических параметров атмосферы в различных погодных условиях, включая и облачные ситуации.

Заключение

Кратко сформулируем основные выводы работы.

1. Обратная задача рефракции в сферически-симметричной атмосфере хорошо обусловлена для наблюдений внеземных источников при зенитных углах более 90° (при отрицательных углах места) и некорректна — при

зенитных углах менее 90° (при положительных углах места).

2. На основании численного эксперимента показано, что восстановление вертикальных профилей виртуальной температуры и давления ниже точки наблюдения может быть выполнено с малой погрешностью (около и менее соответственно 0,1 К и 0,1 мбар) при весьма умеренных требованиях к точности измерения углов оптической рефракции ($\sim 15''$).

3. В условиях сферически-слоистой атмосферы наиболее сложные деформации изображения Солнца на восходе или закате наблюдаются при отрицательных углах места и являются следствием сложной структуры температурного поля в области перигея луча на высотах, меньших высоты точки наблюдения. При наблюдениях на положительных углах места деформации изображения Солнца отражают структуру температурного поля выше уровня наблюдателя лишь усредненно (вдоль луча) и проявляются только в виде большей или меньшей сплюснутости диска.

Авторы пользуются случаем выразить благодарность Г. М. Гречко, С. В. Загоруйко и С. В. Соколовскому за полезное обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *O'Connell D. J. K.* The green flash and other low sun phenomena.— *Ricorche Astro-nomische — Specola Vaticana: Citta del Vaticano*, 1958, v. 4, p. 1—184.
2. *Lehn W. H.* The Novaya Zemlya effect: An arctic mirage.— *J. Opt. Soc. America*, 1979, v. 69, № 5, p. 776-781.
3. *Lehn W. H., German B. A.* Novaya Zemlya effect: The analysis of an observation.— *Appl. Optics*, 1981, v. 20, № 12, p. 2043-2047.
4. Справочник по геофизике.— М.: Наука, 1965. 571 с.
5. *Гурвич А. С., Кан В., Попов Л. И., Рюмин В. В., Савченко С. А., Соколовский С. В.*
6. Восстановление профиля температуры в атмосфере по кино съемке Солнца и Луны с орбитальной станции «Салют-6». — *Изв. АН СССР. ФАО*, 1982, т. 18, № 1, с. 3-7.
7. *Гречко Г. М., Гурвич А. С., Обухов А. М., Попов Л. И., Рюмин В. В., Савченко С. А.* Использование рефрактометрической информации при зондировании атмосферы из космоса.— Препринт № 13 (материалы семинара «Атмосфера — океан — космос» под руководством академика Г. И. Марчука). М.: ВИНТИ, 1981.
8. *Кравцов Ю. А., Орлов Ю. П.* Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.
9. *Гурвич А. С., Загоруйко С. В., Кан В., Попов Л. И., Рюмин В. В., Савченко С. А., Чочиа П. А.* Структура неоднородностей температуры по наблюдениям атмосферной рефракции с орбитальной станции «Салют-6». — *Докл. АН СССР*, 1981, т. 259, № 6, с. 1330-1333.
10. *Тихонов А. П., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 285 с.
11. *Павельев А. Г.* К решению обратной задачи рефракции.— *Радиотехника и электроника*, 1980, т. 25, № 12, с. 2504-2509.
12. *Уиттекер Э. Т., Ватсон Дж. Н.* Курс современного анализа. Т. 1. М.: Физматгиз, 1962. 373 с.
13. *Гайкович К. П., Наумов А. П.* К определению метеопараметров атмосферы из измерений оптической рефракции космических источников.— *Исследование Земли из космоса*, 1983, № 4.
14. *Колосов М. А., Шабельников А. В.* Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса. М.: Советское радио, 1976. 219 с.
15. *Физика океана. Т. 1, гл. V.* Гидрофизика океана/под ред. Каменковича В.М., Молина А. С. М.: Наука, 1978.

Горьковский научно-исследовательский
радиофизический институт,
Институт физики атмосферы АН СССР

Поступила в редакцию
28.IV.1982,
после доработки
9.XI.1982.