

## МЕТОД МНОГОЧАСТОТНОЙ БЛИЖНЕПОЛЬНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ ОБЪЕМНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ МОРСКОГО ДНА

*П. К. Гайкович<sup>1)</sup>, А. И. Хилько<sup>2)</sup>, К. П. Гайкович<sup>1)</sup>*

Институт физики микроструктур РАН <sup>1)</sup>, Институт прикладной физики РАН <sup>2)</sup>

Нижний Новгород, Россия

**Аннотация.** В работе предложен метод ближнеполевой многочастотной когерентной акустической томографии пространственно локализованных поддонных неоднородностей мелкого моря. В рамках развиваемого метода наблюдения осуществляется двумерное пространственное сканирование приемно-излучающей системы вдоль дна над областью расположения неоднородностей на различных частотах. В борновском приближении исходное трехмерное интегральное уравнение для рассеянного поля сводится к одномерному уравнению типа Фредгольма 1-го рода относительно глубинного профиля поперечного спектра неоднородностей. При решении этого интегрального уравнения для каждой пары спектральных компонент используется метод обобщенной невязки, а искомое трехмерное распределение получается путем обратного фурье-преобразования восстановленного спектра. Представлены результаты численного моделирования томографии и визуализации поддонных неоднородностей.

Акустические методы дистанционной диагностики морской среды являются эффективным средством решения практических задач освоения морского шельфа [1-3]. Последнее время особую актуальность приобрело дистанционное акустическое зондирование морского дна. Это связано с решением практических задач инженерной сейсморазведки, поиска объектов в осадочных слоях и экологического контроля в районах расположения портов, морских трубопроводов и морских добывающих платформ [4, 5]. При решении такого рода задач получили широкое применение методы импульсного зондирования, основанные на использовании некогерентных сейсмоакустических источников взрывного типа [5-7]. Исследуются и перспективные методы когерентного зондирования морского дна, основанные на зондировании морского дна с помощью буксируемых гидроакустических излучателей. Использование таких источников позволяет выполнять когерентное накопление сигналов, что позволяет существенно повысить чувствительность и разрешение при зондировании [5-7]. Однако обычно пространственная обработка осуществляется лишь для синтезированных апертур, формируемых при прямолинейном одномерном перемещении излучателя и приемной системы.

Создание и применение для зондирования морского дна когерентных гидроакустических излучателей позволяет применить и более эффективные методы, использующие данные

двух- и трехмерного сканирования [1, 2]. Отметим, что многие такие задачи диагностики по данным многомерных гидроакустических наблюдений неоднородностей морского дна (см., например, [8-10]) относятся к классу некорректных обратных задач, решение которых может основываться на использовании методов регуляризации и использовании априорной информации [11]. Такие задачи актуальны, прежде всего, при проведении подводных инженерных работ и поиске опасных объектов в донных осадках.

Естественным развитием этих исследований является предлагаемый в данной работе метод томографии, то есть восстановления трёхмерной структуры параметров неоднородностей, локализованных в морском дне, из решения соответствующей обратной задачи рассеяния. Исследование и применение обратных задач рассеяния имеет давнюю историю не только в акустике, но также в электродинамике и квантовой механике. Наиболее простая такая задача – для бесконечной одномерно-неоднородной среды – приводит к известному решению Гельфанда-Левитана-Марченко [12-13]. К сожалению, это решение не имеет обобщения для случая трехмерных неоднородностей. Только для ряда задач, таких как задача восстановления сферически-симметричного потенциала по данным наблюдения рассеяния со всех углов вокруг зондируемой неоднородности (схема измерений «full view»), удалось получить такие решения [14-15]. Но для слоистых или поглощающих сред и эти подходы неприменимы. Теоретической основой при решении обратных задач рассеяния в таких сложных средах является общая теория томографии, развитая Радоном [16] и интерпретированная позднее Тихоновым в русле развитой им теории некорректных обратных задач [11]. В рамках этого подхода обратные задачи рассеяния сводятся к решению трехмерных интегральных уравнений. В рассматриваемом случае когерентной томографии такие интегральные уравнения для рассеянного поля могут быть получены из соответствующих уравнений Гельмгольца [17-18].

Исходными данными для анализа являются результаты двумерного пространственного сканирования вдоль дна в ближней зоне над областью неоднородности на нескольких частотах или на нескольких уровнях при фиксированной частоте сигнала. Вертикальное разрешение в многочастотных измерениях достигается трансформацией масштаба ближней зоны сигнала в зависимости от его частоты. При многоуровневых измерениях ближняя зона как бы погружается в зондируемую неоднородность при приближении уровня сканирования к плоскости дна.

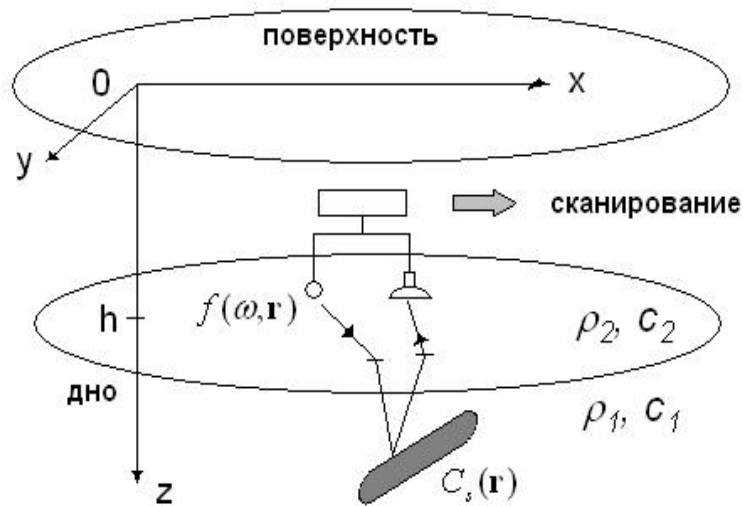


Рис.1. Расположение основных элементов акустической системы томографического наблюдения в океаническом волноводе.

Такой метод может быть применен для диагностики объектов в донных осадках. Для этой цели используем модель мелкого моря с дном в виде жидкого полупространства, что соответствует ситуации, когда дно образовано илистыми отложениями. В случае, когда дно представляет собою более консолидированную среду, можно использовать модель волновода в виде слоя жидкости на упругом полупространстве, либо многослойную модель морского дна [19]. Будем считать, что излучатель и приемная система перемещаются в горизонтальной плоскости над дном, под которым расположена наблюдаемая неоднородность (рис. 1). В жидком полупространстве при  $z > h$  (среда 1) плотность  $\rho = \rho_1$ , а скорость звука  $c = c_1$ . Плотность воды в жидком слое в интервале глубин  $0 < z \leq h$  (среда 2)  $\rho = \rho_2$ , скорость звука  $c = c_2$ . Представим неоднородность в виде малого возмущения  $c_s$  от постоянной скорости звука, т.е.  $c = c_1 + c_s(\mathbf{r})$ , где  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  – координата точки наблюдения. Будем считать также, что рефракционная неоднородность  $c_s(\mathbf{r})$  занимает некоторую ограниченную область (рис.1).

Давление звука  $P(\mathbf{r})$  в акустической среде удовлетворяет волновому уравнению и, соответственно, уравнению Гельмгольца для комплексных амплитуд в каждой из сред с граничными условиями на свободной поверхности и границе с жидким полупространством [19]. Комплексную амплитуду источника звука обозначим функцией  $f(\omega, \mathbf{r}')$ , где  $\omega$  – частота зондирующего поля  $f e^{-i\omega t}$ . В присутствии неоднородности коэффициент в волновом уравнении  $k(\mathbf{r}) = \omega^2 c^{-2}(\mathbf{r}) = \omega^2 c^{-2}[1 - C_s(\mathbf{r})]$ , где параметр неоднородности  $C_s(\mathbf{r}) = 1 - c^2[c + c_s(\mathbf{r})]^{-2}$ . Тогда давление звука для произвольного распределения источников в возмущённой среде можно определить, используя функцию Грина волновода [18]:

$$P(\mathbf{r}) = P_0(\mathbf{r}) + P_1(\mathbf{r}) = P_0(\mathbf{r}) - \frac{\omega^2}{c^2} \int_V C_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') P(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (1)$$

где зондирующее поле  $P_0(\mathbf{r}) = \int f(\omega, \mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}'$ , а  $P_1(\mathbf{r})$  – поле, рассеянное на неоднородности. При решении прямой задачи – определения распределения поля в среде с неоднородностью – уравнение (1) представляет собой интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода, которое имеет решение:

$$P(\mathbf{r}) = P_0(\mathbf{r}) + \int_V R(\mathbf{r}, \mathbf{r}') P_0(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (2)$$

где резольвента  $R$  представляется рядом Неймана:

$$R = K^{(1)} + K^{(2)} + \dots + K^{(n)} + \dots, \quad (3)$$

$$K^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{\omega^2}{c^2} C_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad K^{(n)} = \int_V K(\mathbf{r}, \mathbf{s}) K^{(n-1)}(\mathbf{s}, \mathbf{r}') d\mathbf{s}.$$

Вклад членов ряда в (2) интерпретируется как вклад однократного, двукратного и т. д. рассеяния. Уравнение (1), в котором уже учтены граничные условия, является интегральным аналогом дифференциальных уравнений для рассматриваемой среды.

Входящие в уравнение функции Грина могут быть вычислены на основе разложения функции источника в двумерный спектр плоских волн по поперечным координатам с последующим применением метода входных импедансов и суммирования геометрических прогрессий многократно отраженных волн [19]. Такой подход позволил получить явные выражения для поперечного спектра функций Грина [20], которые используются в последующем анализе. Аналогичное представление функций Грина получено и для произвольной многослойной среды [21, 22].

Решение обратной задачи рассеяния как задачи томографии на основе (1) сталкивается с серьезными трудностями. Одна из этих трудностей связана со слабой чувствительностью ядра уравнения к расстоянию до рассеивающего элемента неоднородности. Для неоднородностей в дальней зоне это приводит к фундаментальному ограничению разрешающей способности масштабом длины волны (критерий Релея). Эту трудность можно преодолеть путем измерений в ближней зоне [17-18]. Другая трудность, также приводящая к принципиальным ограничениям разрешающей способности, связана с размерностью решаемого уравнения. Только для хранения 6-мерного ядра интеграла в (1) при размерности в 100 элементов по каждой координате потребовалось бы  $10^{12}$  элементов памяти. Для преодоления этой трудности здесь используется подход, основанный на сведении уравнения

для рассеянного поля к типу свертки по поперечным координатам, развитый в [17, 21-22] и примененный к постановке задач акустической томографии в [18, 23]. Если такая постановка задачи оказывается возможной, то это позволяет свести трехмерную задачу к решению одномерного интегрального уравнения относительно глубинного профиля поперечного спектра неоднородностей. Представляется вполне естественным начинать решение нелинейной задачи (1) с борновского приближения (первого слагаемого в ряде Неймана для резольвенты). Для выполнения этого условия будем полагать, что зондируемая неоднородность  $C_s(\mathbf{r})$  удовлетворяет условиям малости возмущений (является слабоконтрастной). Таким образом, для рассеянного поля имеем:

$$P_1(\mathbf{r}) = -\frac{\omega^2}{c^2} \int_V C_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') P_0(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = -\frac{\omega^2}{c^2} \int_V C_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \int f(\omega, \mathbf{r}'') G(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' d\mathbf{r}'. \quad (4)$$

Далее, цель состоит в сведении 3-мерного уравнения (4) к уравнению типа двумерной свертки по поперечным координатам. Функции Грина, входящие в это уравнение, являются разностными по поперечным координатам, однако ядро в (4) в общем случае не является разностным.

В [17] рассмотрены два возможных подхода к такому преобразованию. Первый состоит в том, чтобы рассматривать произведение  $C_s P_0$  как искомую функцию. Однако такая искомая функция оказывается зависящей от частоты, что не позволяет использовать для диагностики наиболее перспективный в практическом отношении многочастотный метод. Второй подход состоит в применении поля одиночной плоской волны для зондирования. В рассматриваемом случае это означает использование затухающего под дном поля удаленного источника, работающего в частотном интервале одномодового режима. Тогда ядро в (4) формируется произведением разностной функции Грина и экспоненты, что делает возможной операцию свертки по поперечным координатам. Такой подход к решению (4) был рассмотрен в [18]. Недостатками этого метода являются частотные ограничения одномодового режима и трудность реализации достаточно большой мощности зондирующего сигнала от удаленного источника.

Третий подход, предложенный для решения аналогичных задач электродинамики в [21, 22], состоит в том, чтобы зондирующее поле сохраняло свою структуру относительно приемника при сканировании, что достигается сканированием жестко связанной системой источник-приемник. В этом случае распределение зондирующего поля в (4) будет зависеть от разностей поперечных координат, т.е.  $P_0 = P(x - x', y - y', z, z')$ . Полагая указанное условие выполненным и используя спектральное представление функции Грина, из (4) получаем одномерное интегральное уравнение:

$$P_1(k_x, k_y, z, \delta \mathbf{r}) = -16\pi^4 \frac{\omega^2}{c^2} \int_{z'} C_s(k_x, k_y, z') \iint e^{-i(\kappa_x - k_x)\delta x - i(\kappa_y - k_y)\delta y} d\kappa_x d\kappa_y \quad (5)$$

$$\times \int_{z''} f(\kappa_x - k_x, \kappa_y - k_y, z'' - z - \delta z) G_{21}(\kappa_x - k_x, \kappa_y - k_y, z', z'') G_{12}(\kappa_x, \kappa_y, z, z') dz'' dz',$$

где  $\delta \mathbf{r} = (\delta x, \delta y, \delta z)$  – вектор смещения точки приема относительно положения источника. Полученное одномерное интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода нужно последовательно решать для каждой пары спектральных компонент  $k_x, k_y$  относительно глубинного профиля поперечного спектра неоднородности скорости звука  $C_s(k_x, k_y, z')$ . С практической точки зрения большим преимуществом данной схемы измерений является тот факт, что все вариации сигнала обусловлены только наличием поддонной неоднородности. Как показано в [21, 22], в рамках такого подхода возможна и некоторая коррекция решения за пределами борновского приближения, хотя строгая редукция к одномерному уравнению там уже невозможна.

Как уже отмечалось, данных двумерного сканирования над областью неоднородностей по поперечным координатам  $(x, y)$  недостаточно для восстановления искомой трехмерной функции, поэтому измерения должны быть выполнены для ряда значений некоторого третьего параметра, в качестве которого можно использовать как глубину уровня сканирования (многоуровневый метод), так и частоту зондирующего сигнала (многочастотный метод). В практических приложениях сканирование на нескольких уровнях над областью неоднородностей осуществить достаточно сложно. Гораздо легче реализовать схему со сканированием на одном уровне и использовать частоту сигнала в качестве параметра, определяющего глубину формирования сигнала, т. е. многочастотный метод томографии. Для этого метода томографии уравнение (5) можно записать в компактной форме:

$$P_1(k_x, k_y, \omega) = \int_{z'} C_s(k_x, k_y, z') K(k_x, k_y, z', \omega) dz' \quad (6)$$

Уравнение (6) относится к интегральным уравнениям Фредгольма 1-го рода, причем выражение для ядра, как отмечено выше, было получено в явном виде, что существенно упрощает решение обратной задачи. Тем не менее, его решение является классической некорректной задачей – оно неустойчиво к малым вариациям левой части, связанным с погрешностями измерений. Поэтому при его решении необходимо использовать методы регуляризации, основанные на внесении дополнительной априорной информации о точном решении. В данной работе были использованы метод и алгоритм решения, основанные на принципе обобщенной невязки Тихонова [24], который был развит в [22]. В нем используется информация о принадлежности решения к классу квадратично интегрируемых

функций с квадратично интегрируемой производной в комплекснозначном гильбертовом пространстве (пространство Соболева  $W_2^1$ ). Этот метод позволяет решать задачу и для поглощающих неоднородностей.

Представим (6) в операторном виде:

$$\mathbf{K}C_s = P_1^\delta \quad (7)$$

где  $P_1^\delta$  – вектор измеряемых данных. Мера погрешности данных измерений определяется как

$$\delta_p^2 = \sup \| \mathbf{K}C_s - P_1^\delta \|_{L_2}^2 = \sup \left( \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\Omega} [P_1(\omega) - P_1^\delta(\omega)]^2 d\omega \right), \quad (8)$$

где  $P_1(\omega)$  – правая часть (7), которая соответствует точному решению  $C_s(z)$ ,  $\Delta\omega$  – ширина полосы анализируемых частот. В рамках используемого метода регуляризации может быть учтена и погрешность ядра, которая включает в себя погрешность дискретизации при численном решении, а также погрешность, связанную с использованием борновского приближения. Мера погрешности ядра удовлетворяет условию:

$$\delta_h^2 = \sup \| \mathbf{K}_h C_s - \mathbf{K}C_s \|_{L_2}^2 = \sup \| \mathbf{K}_h C_s - P_1 \|_{L_2}^2 = h^2 \| C_s \|_{W_2^1}^2, \quad (9)$$

где  $h$  – константа, а  $\mathbf{K}_h$  – оператор, соответствующий задаваемому при решении приближенному ядру в (7). Качественное отличие этой составляющей ошибки от  $\delta_p$  состоит в том, что она пропорциональна норме искомой функции.

Указанные погрешности могут приводить также к несовместности вектора данных с решаемым уравнением, поскольку сглаживающее действие ядра ограничивает класс возможных реализаций  $P_1$ , и при наличии случайной погрешности функция  $P_1$  может выйти из допустимого класса. Мера несовместности  $\delta_\mu$  не может, естественно, превосходить суммарной погрешности ядра и измерений, т. е.

$$\delta_\mu^2 = \inf \| \mathbf{K}_h C_s - P_1^\delta \|_{L_2}^2 \leq (\delta_p + \delta_h)^2. \quad (10)$$

В используемом методе приближенное решение минимизирует сглаживающий функционал

$$\mathbf{M}^\alpha(C_s) = \| \mathbf{K}_h C_s - P_1^\delta \|_{L_2}^2 + \alpha \| C_s \|_{W_2^1}^2. \quad (11)$$

В приведенных выше соотношениях  $\|x\|$  обозначает норму функции как элемента гильбертова функционального пространства  $L_2$  (пространство суммируемых с квадратом комплекснозначных функций) или  $W_2^1$ . В частности, в выражении для сглаживающего функционала (11)

$$\|C_s\|_{W_2^1}^2 = \frac{1}{\Delta z} \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \left\{ C_s^2(z) + \left[ \Delta z \frac{dC_s}{dz} \right]^2 \right\} dz, \quad (12)$$

а  $\Delta z = z_{\max} - z_{\min}$  – интервал глубин, на котором ищется решение. Параметр регуляризации  $\alpha$ , который регулирует степень сглаженности приближенного решения, определяется как корень одномерного нелинейного уравнения обобщенной невязки, в котором учтены все перечисленные выше составляющие погрешности:

$$\rho(\alpha) = \|\mathbf{K}_h C_s^\alpha - P_1^\delta\|_{L_2}^2 - \delta^2 = 0, \quad (13)$$

где  $C_s^\alpha$  – функция (решение), минимизирующая функционал (10), а

$$\delta^2 = (\delta_p + \delta_h)^2 + \delta_\mu^2 \quad (14)$$

является параметром эффективной погрешности, учитывающим уровень ошибки измерений, неточность описания ядра, а также зависящую от этих факторов меру несовместности уравнения со своей правой частью. Величина параметра регуляризации, определяющего степень сглаженности решения, связывается с интегральной мерой погрешности, что является существенным достоинством рассматриваемого метода регуляризации. При стремлении погрешности к нулю в интегральной метрике  $L_2$ , приближенное решение сходится к точному в метрике  $W_2^1$  и, следовательно, (по теореме вложения Соболева), оно сходится равномерно в метрике  $C$ , нормой в которой является максимум модуля. Однако, в отличие от корректных задач, скорость сходимости не пропорциональна уменьшению  $\delta$ , а более медленная. Параметры  $\delta_h$  и  $\delta_\mu$  могут определяться на основе численного моделирования в процессе минимизации (11). Как правило, мера несовместности и погрешность ядра ограничивают уровень невязки, которого удастся достигнуть при минимизации функционала (11). После восстановления глубинного профиля для поперечного спектра неоднородности скорости звука для каждой пары спектральных компонент, выполняя обратное фурье-преобразование, получаем ее искомое томографическое изображение в виде трехмерного распределения:

$$C_s(x, y, z) = \iint C_s(k_x, k_y, z) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y. \quad (15)$$

Оценку точности решения в рассматриваемом методе регуляризации можно получить в метрике  $C$  (норма – максимум модуля) с использованием численного моделирования, что является более сильной оценкой, чем среднеквадратичная погрешность. Причем для этого не нужно иметь большие ансамбли данных, а достаточно выполнить моделирование для типичных в рассматриваемых условиях распределений неоднородности скорости звука.

Моделирование по замкнутой схеме включает:



- а) расчет рассеянного поля для моделируемого распределения неоднородности скорости звука в плоскости сканирования системой источник-приемник для набора частот;
- б) набрасывание случайной погрешности для получения «данных измерений»;
- в) решение обратной задачи – восстановление трехмерного распределения неоднородности;
- г) сравнение восстановленного и исходного распределений, на основе которого определяется точность метода томографии.

Для применения рассматриваемого метода необходимо установить связь между параметром эффективной погрешности  $\delta$  в методе Тихонова, определяемым соотношением (14), и известными характеристиками экспериментальной погрешности. Поскольку исследование вклада борновского приближения в общую погрешность требует специального исследования в каждом конкретном случае, в данной работе исследуем лишь влияние случайной погрешности данных  $\delta_p$  на точность решения. Такая погрешность задается при численном моделировании датчиком случайных чисел с нормальным распределением, нулевым средним значением (предполагается отсутствие систематических погрешностей) и дисперсией, величина которой  $\sigma_p^2$  постоянна для любой реализации вектора данных. Это гарантирует выполнение условия эргодичности моделируемой погрешности и позволяет с помощью теоремы Планшереля получить оценку меры погрешности  $\delta^2 = \delta_p^2$  в спектральной области:

$$\delta^2 = \frac{\Delta x \Delta y}{4\pi^2 \Delta k_x \Delta k_y} \sigma_p^2, \quad (16)$$

где  $(\Delta x, \Delta y)$  – область интегрирования в декартовых координатах, в границах которой рассеянное поле превосходит уровень случайной погрешности, а размеры соответствующей спектральной области  $(\Delta k_x, \Delta k_y)$  определяются наименьшими деталями зондируемой неоднородности. Естественно, что уровень определенной таким образом погрешности нужно соотносить с интегральной величиной рассеянного поля, вычисленной в той же метрике, т. е. относительная погрешность может быть оценена как

$$\delta / \|P_1\| = \sigma_p / \sqrt{\frac{4\pi^2}{\Delta\omega\Delta x\Delta y} \iint_{k_x, k_y} dk_x dk_y \int_V |P_1(v, k_x, k_y)|^2 d\omega}, \quad (17)$$

Информативный диапазон частот измерений при моделировании определялся так, чтобы при изменении частоты распределение ближнего поля существенным образом трансформировалось на масштабе зондируемой неоднородности. Это обеспечивало чувствительность частотного распределения к распределению неоднородности по глубине. Количество анализируемых частот определялось точностью исходных данных так, чтобы вариации измеряемого поля на соседних частотах были не меньше уровня случайной погрешности. Число частотных каналов при численном моделировании выбиралась так,

чтобы дисперсия моделируемой погрешности не уменьшалась. Размеры области поперечного сканирования определялись расстояниями, на которых амплитуда рассеянного поля падает до уровня погрешности измерений. Обратная величина этих размеров определяла минимальные значения в пространственном спектре рассеянного поля и выбор соответствующего шага дискретизации. Для рассматриваемого при численном моделировании случая точечного источника, расположенного в  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r} + \delta\mathbf{r}$ , уравнение (5) для поперечного спектра рассеянного поля, измеряемого в точке  $\mathbf{r}$ , трансформируется к соотношению:

$$P_1(k_x, k_y, z, \delta\mathbf{r}) = -4\pi^2 f_0 \frac{\omega^2}{c^2} \int_{z'} C_s(k_x, k_y, z') \iint e^{-i(\kappa_x - k_x)\delta x - i(\kappa_y - k_y)\delta y} d\kappa_x d\kappa_y \times G_{21}(\kappa_x - k_x, \kappa_y - k_y, z', z + \delta z) G_{12}(\kappa_x, \kappa_y, z, z') dz', \quad (18)$$

где

$$G_{21}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{i}{8\pi^2} \iint T_{21} \frac{e^{ik_{2z}(h-z_0)} + R_{23} e^{ik_{2z}(h+z_0)}}{(1 - R_{23} R_{21} e^{2ik_{2z}h})} e^{i[\kappa_x(x-x_0) + \kappa_y(y-y_0) + \kappa_{1z}(z-h)]} \frac{d\kappa_x d\kappa_y}{\sqrt{k_2^2 - \kappa_\perp^2}},$$

$$G_{12}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{i}{8\pi^2} \iint T_{12} \frac{e^{-ik_{2z}(z-h)} + R_{23} e^{ik_{2z}(z+h)}}{(1 - R_{23} R_{21} e^{2ik_{2z}h})} e^{i[\kappa_x(x-x_0) + \kappa_y(y-y_0) + \sqrt{k_1^2 - \kappa_\perp^2}(z_0-h)]} \frac{d\kappa_x d\kappa_y}{\sqrt{k_1^2 - \kappa_\perp^2}},$$

$$R_{ij} = \frac{m_{ij} \sqrt{k_i^2 - \kappa_\perp^2} - \sqrt{n_{ij}^2 k_i^2 - \kappa_\perp^2}}{m_{ij} \sqrt{k_i^2 - \kappa_\perp^2} + \sqrt{n_{ij}^2 k_i^2 - \kappa_\perp^2}}, \quad T_{ij} = 1 + R_{ij}, \quad m_{ij} = \frac{\rho_j}{\rho_i}, \quad n_{ij} = \frac{c_i}{c_j}, \quad \kappa_\perp^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2 \quad \text{и} \quad R_{23} = -1.$$

Будем далее при численном моделировании рассматривать неоднородность в виде двух составных частей, каждая из которых имеет трехмерное гауссово распределение  $C_s(x, y, z) = C_m \exp[-(\frac{(x-x_m)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-y_m)^2}{\sigma_y^2} + \frac{(z-z_m)^2}{\sigma_z^2})]$ . В качестве модели волновода был взят водный слой толщиной  $h = 20$  м с параметрами  $\rho_2 = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $c_2 = 1470$  м/с, лежащий на моделирующем донные осадки в виде ила жидком полупространстве с акустическими характеристиками  $\rho_1 = 1,92$  г/см<sup>3</sup>,  $c_1 = 1675$  м/с (рис. 1). При моделировании реконструкции неоднородностей дна методом многочастотной томографии рассматривались две гауссовы неоднородности, располагавшиеся на уровне 10 метров под дном с параметрами:  $C_{m1} = C_{m2} = 0,25$ ,  $\sigma_{x1} = 7,7$  м,  $\sigma_{x2} = 13,7$  м,  $\sigma_{y1} = 13,0$  м,  $\sigma_{y2} = 6,0$  м,  $\sigma_{z1} = 6,0$  м,  $\sigma_{z2} = 3,0$  м. Центры распределений были разнесены на 12 м по оси  $x$ . Источник располагался на 0,1 м, а приемник на 1,0 м над дном. В модельном эксперименте полагалось, что измерения двумерного распределения рассеянного поля осуществлялись над неоднородностями в области 40 x 40 м в плоскости, параллельной дну. Моделировалось зондирование на пяти частотах в интервале 33–165 Гц. На рис. 2, показаны результаты реконструкции трехмерного распределения

(томографии) неоднородностей скорости звука в вертикальном сечении ( $x, y=0, z$ ), а на рис. 3 – в горизонтальном сечении ( $x, y, z=10$  м). На значения рассеянного поля набрасывалась случайная нормально распределенная погрешность с нулевым средним при различных уровнях относительной ошибки (17). На рис. 2 представлена визуализация метода томографической реконструкции неоднородности в моделируемом волноводе.

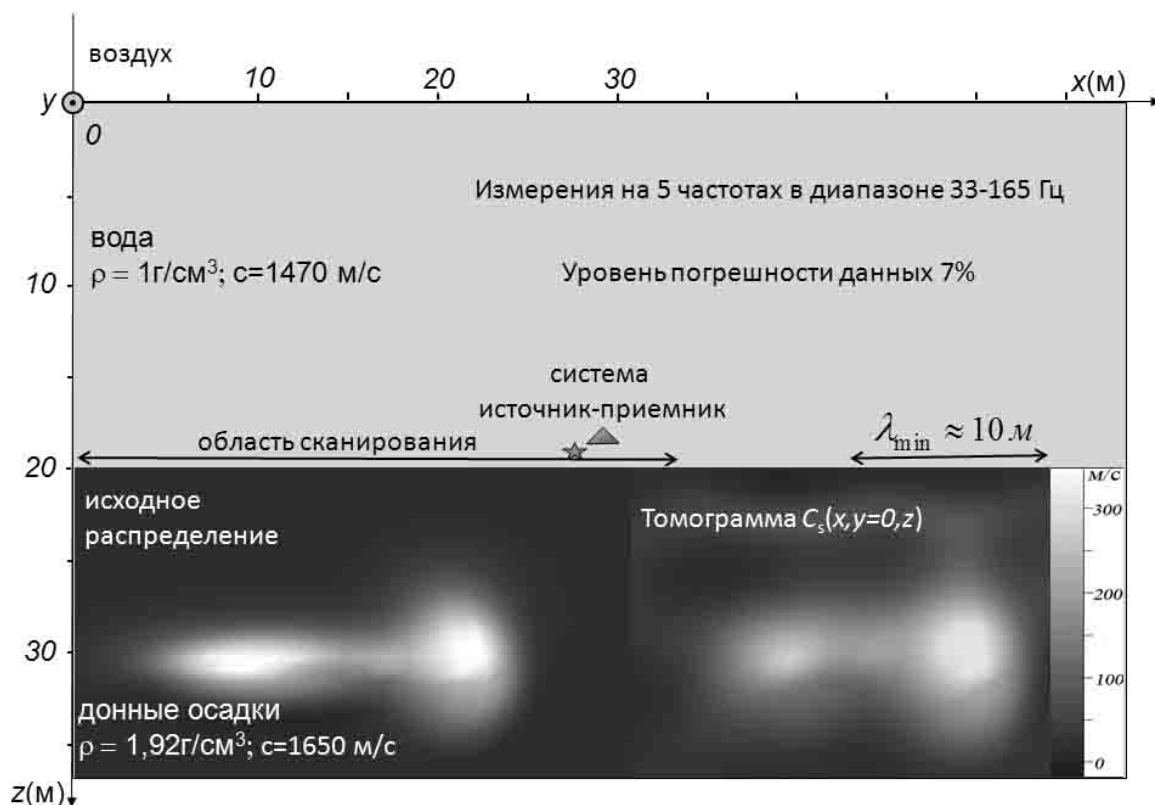


Рис.2. Схема измерений и результаты моделирования многочастотной томографии (вертикальное сечение).

Слева в нижнем слое – исходное распределение неоднородностей, справа – томограмма.

Результат демонстрирует, что при значениях относительной погрешности 7% алгоритм решения обратной задачи хорошо работает. Видно, что более протяжённая по глубине часть неоднородности восстановлена точнее, чем узкая. Это объясняется тем, что соответствующие мелкомасштабным деталям этой узкой части неоднородности высокочастотные компоненты спектра на этой глубине уже существенно затухают. Сравнение томограмм с масштабом наименьшей длины волны, показанным на рис. 2, демонстрирует тот факт, что в ближнепольной томографии реализуется субволновое разрешение.

На рис. 3 представлены результаты томографии неоднородностей в горизонтальном сечении на глубине их максимума в зависимости от уровня моделируемой погрешности измерений.

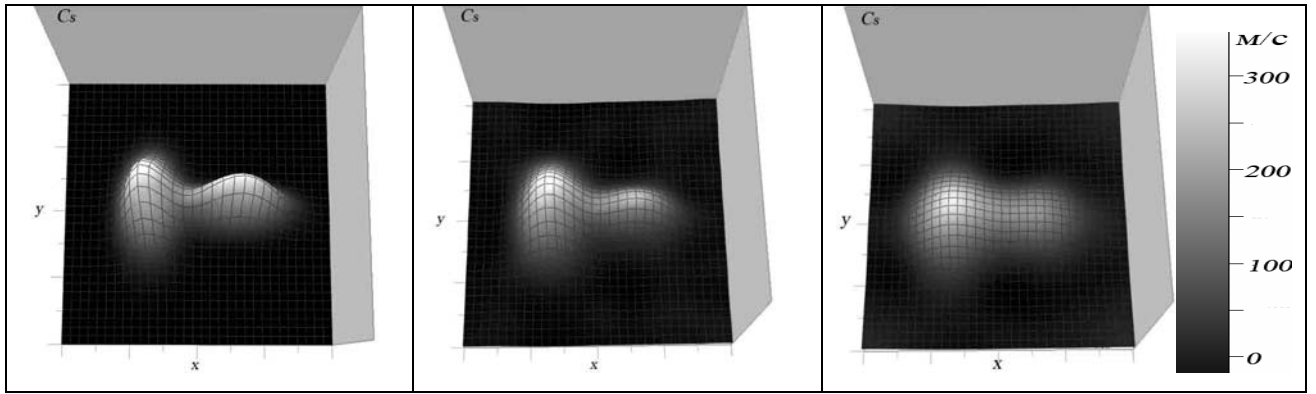


Рис. 3. Моделирования многочастотной томографии (горизонтальное сечение в области 40 х 40 м). Слева – исходное распределение неоднородности  $C_s(x, y, z = 10 \text{ м})$ ; в центре и справа – реконструкция при уровне погрешности измерений 7% и 35% соответственно.

При уровне погрешности 7% можно видеть хорошее качество томографии поперечной структуры неоднородностей, но при ошибке 35% общий контур области поперечной пространственной локализации неоднородности восстанавливается неплохо. Значения в максимуме неоднородностей в томограммах составляет около  $0,8 C_m$  при уровне ошибок 7% и  $0,6 C_m$  – при 35%. Моделирование показало, что точность восстановления возрастает по мере уменьшения моделируемой ошибки, но для исследования сходимости решения при уровнях погрешности менее 3% было бы уже необходимо расширять интервал частот измерения и увеличивать их число в наборе данных.

На рис. 4 показано распределение рассеянного поля на двух крайних частотах диапазона измерений.

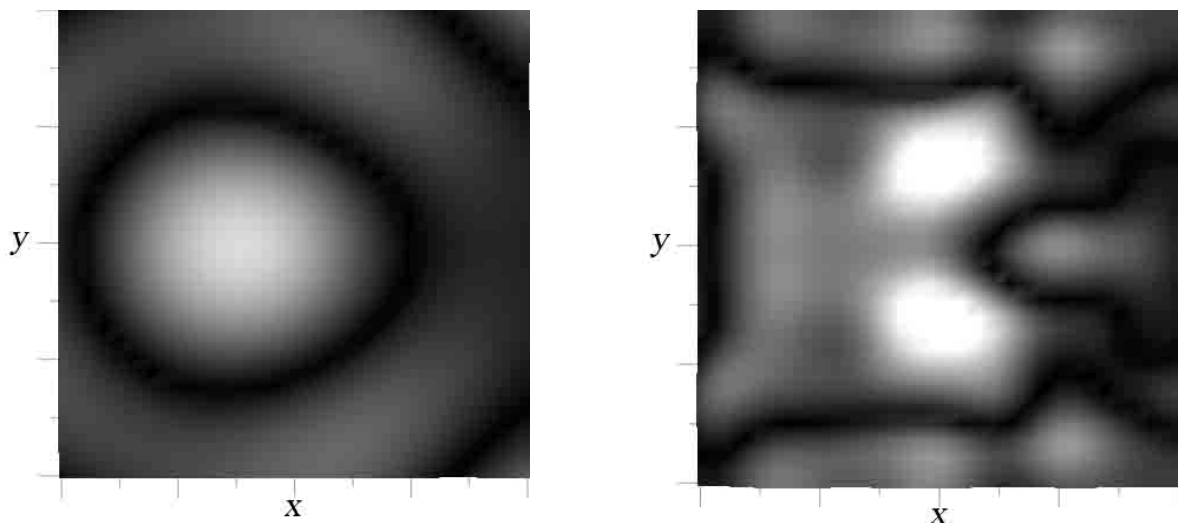


Рис. 4. Структура рассеянного неоднородности поля для частот  $f_1 = 32 \text{ Гц}$  (слева) и  $f_5 = 165 \text{ Гц}$  (справа) в области сканирования.

Можно видеть, что на наименьшей частоте (при наибольшей длине волны) рассеянное поле еще нечувствительно к деталям в структуре неоднородности, поэтому оно близко к симметричному распределению. На максимальной частоте сложная структура зондируемой неоднородности вполне отображается в структуре рассеянного поля.

Интерес представляет исследование возможностей применения развитого метода и для диагностики внутренне однородных объектов. На рис.5 представлен результат моделирования томографической реконструкции неоднородности со значением  $C_s=0,25$  в форме параллелепипеда размерами  $\Delta x = 5$  м,  $\Delta y = 12$  м,  $\Delta z = 6$  м, центр которого располагался на глубине  $z = 5$  м.

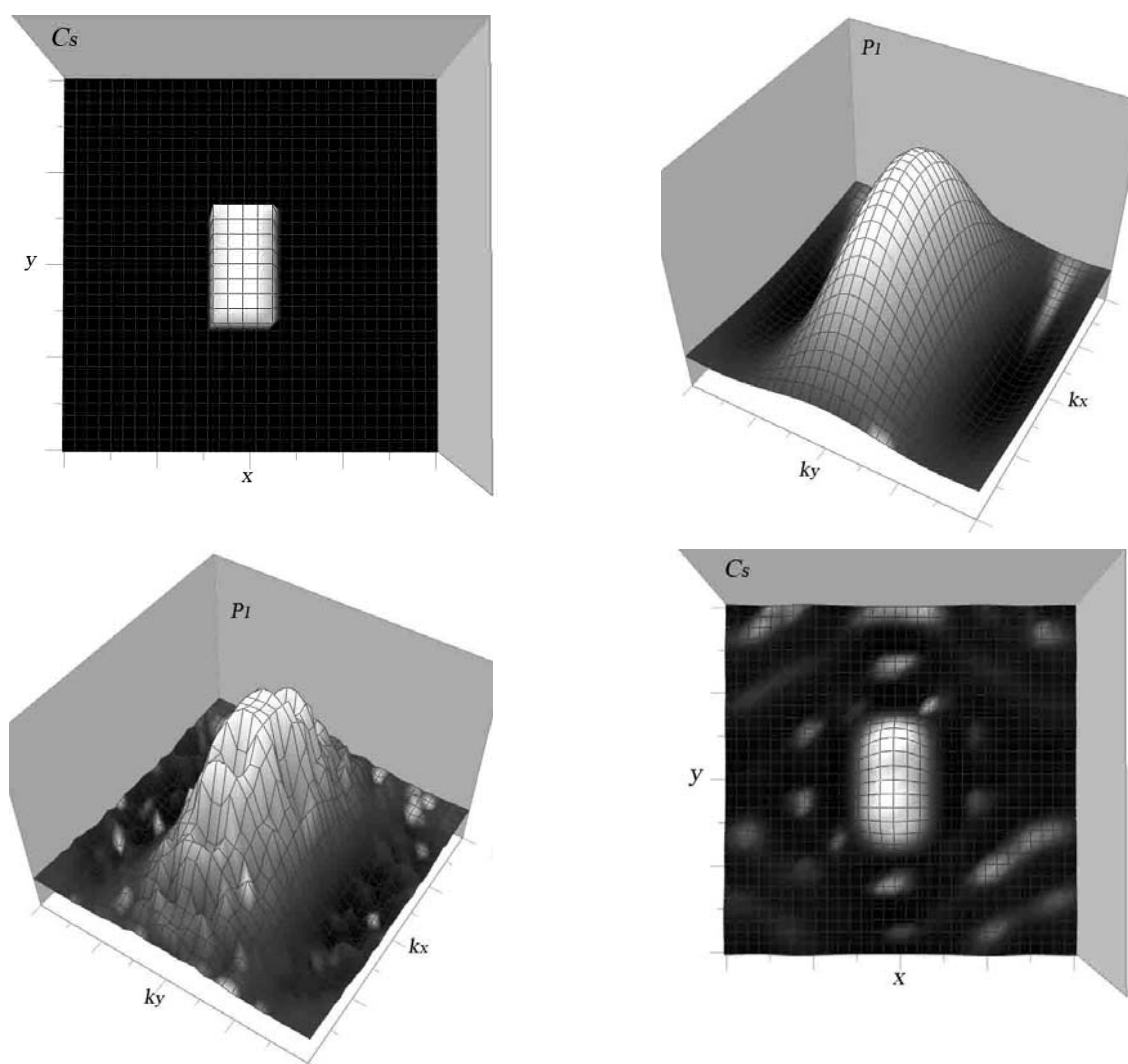


Рис. 5 Моделирование многочастотной томографии сплошного объекта (горизонтальное сечение). В верхнем ряду слева – исходное распределение неоднородности  $C_s(x, y, z=5$  м), справа – ее поперечный спектр  $C_s(k_x, k_y, z=5$  м); в нижнем ряду слева – реконструированный спектр – результат решения (16) при уровне погрешности измерений 2%, справа – полученное из этого спектра распределение неоднородности – результат томографии.

Результат томографии хорошо воспроизводит положение, форму и значение неоднородности скорости звука в зондируемом объекте (параллелепипед). Максимум в восстановлен-

ной неоднородности составляет 0,96 от исходной величины  $C_s$ , что позволяет судить о материале объекта. Как показывают расчеты, при расположении параллелепипеда на глубине 10 м, при той же по абсолютной величине случайной погрешности, качество томографии ухудшается (становится близким к тому, что получалось в случае расположения неоднородности на глубине 5 м, но при относительной ошибке 5%). При наблюдении протяженного по глубине объекта наблюдается постепенное расплывание контуров объекта вглубь, хотя соотношение сторон в горизонтальном сечении воспроизводится хорошо. Это расплывание происходит потому, что из-за затухания высокочастотных компонент поля поперечный спектр на больших глубинах восстанавливается с меньшей детальностью.

Представленные выше результаты исследований позволяют оценить возможности решения практически важной задачи наблюдения неоднородностей морского дна методом акустической томографии. Разработанные к настоящему времени когерентные низкочастотные гидроакустические излучатели, а также высокочувствительные цифровые гидрофоны, составляют технологическую основу для практической реализации развитого в работе метода ближнеполюсной многочастотной томографии. Измерения рассеянного поля могут затрудняться из-за влияния шумов океана и реверберации. Кроме того, в рассматриваемом методе при сканировании системой источник-приемник вариации рассеянного неоднородностью акустического поля должны измеряться на фоне мощного сигнала от близко расположенного источника зондирующего поля. До некоторой степени ослабить влияние такого поля прямой засветки можно, если использовать горизонтально ориентированные приемные решетки. Дальнейшие исследования метода могли бы быть направлены на оценку возможностей его применения для поиска в донных и илистых отложениях археологических артефактов, мин и пластиковых контейнеров, наполненных жидким веществом. Аналогичные подходы можно развивать и для решения задач ультразвуковой диагностики сплошных сред, содержащих неоднородности, например, для дефектоскопии, а также для диагностики живых тканей в медицине. В электромагнитной диагностике были получены первые экспериментальные результаты сканирующей СВЧ томографии подповерхностных неоднородностей комплексной диэлектрической проницаемости [25].

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН «Фундаментальные проблемы океанологии: геология, физика, биология, экология», программы ОФН РАН «Фундаментальные основы акустической диагностики искусственных и природных сред», ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (контракт № 02.740.11.0565), РФФИ (проекты № 09-02-00044 и № 11-02-00196-а).

## Литература

1. Гончаров В.В. и др. Акустическая томография океана. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1997.
2. Хилько А. И. Физические основы наблюдения пространственно локализованных неоднородностей с помощью частично-когерентных полей в плоскостойких волноводах / Диссертация на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2006.
3. Морская сейсморазведка / Ред. А.Н. Телегин // М.: ООО «Геоинформмарк», 2004.
4. Николаев А.В. Изучение Земли невзрывными сейсмическими источниками. М.: Наука, 1981.
5. Авербах В.С., Боголюбов Б.Н., Заславский Ю.М., Лебедев А.В., Марышев А.П., Постоев Ю.К., Таланов В.И. // Акуст. журн., 1999. Т.45. №1. С.1.
6. Лебедев А.В., Малеханов А.И. // Изв. вузов. Радиофизика, 2003. Т. 46. № 7. С. 579.
7. Авербах В.С., Артельный В.В., Боголюбов Б.Н и др. // Фундаментальные исследования океанов и морей. Т.2. / М.: Наука, 2006. С. 491.
8. Романова В.И., Мерклин Л.Р., Хилько А.И. и др. // Труды XXII сессии РАО и сессии Научного совета по акустике РАН. М.: РАО, 2010. С.301.
9. Лучинин А.Г., Хилько А.И. // Акуст. журнал, 2005. Т. 51. №2. С. 124.
10. Хилько А.И., Лучинин А.Г., Бурдуковская В.Г., Смирнов И.П. // Акуст. журнал, 2007. Т.53. N 3, С. 437.
11. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я., Тимонов А. А. Математические задачи компьютерной томографии. М.: Наука, 1987.
12. Гельфанд И.М., Левитан Б.М. // Изв. АН СССР. Сер. мат., 1951. Т.15, №4, С.309.
13. Марченко В.А. // ДАН СССР, 1955. Т.104, №5, С. 695-698.
14. Фаддеев Л. Д. // УМН, 1959. Т. 14, №4 (88), С. 57–119.
15. Newton R. // Inverse Schrodinger scattering in three dimensions. New York: Springer-Verlag, 1989.
16. Radon R. // *Berichte über die Verhandlungen der Sächsische Akademie der Wissenschaften (Reports on the proceedings of the Saxony Academy of Science)*, 1917. V. 69, P. 262.
17. Gaikovich K. P. // Phys. Rev. Lett., 2007. V. 98, No. 8, P. 183902.
18. Гайкович П. К., Хилько А. И. // Труды 11-й научной конференции по радиофизике. Ред. А. В. Якимов. Н.Новгород: ТАЛАН, 2007. С.185.
19. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М: Наука, 1973.
20. Gaikovich P. K. // Proceedings of the 4th International Conference “Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals” (15-19 September, 2008, Sevastopol, Ukraine), Sevastopol: IEEE, 2008. P. 189.

21. *Gaikovich K. P., Gaikovich P. K.* // Proceedings of 2008 10<sup>th</sup> Anniversary International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON 2008, Athens, Greece, June 22-26, 2008), Athens: IEEE, 2008, P. 246.
22. *Gaikovich K.P., Gaikovich P.K.* // Inverse Problems 2010. V.26, No.12, P. 125013.
23. *Гайкович П. К., Хилько А. И.* // Труды 14-й научной конференции по радиофизике. /Ред. А.В.Якимов. Н.Новгород: ТАЛИАМ, 2010. С.253.
24. *Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г.* Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука, 1983.
25. *Gaikovich K.P., Gaikovich P.K., Maksimovitch Ye.S., Badeev V.A.* // Proceedings of 5<sup>th</sup> International Conference “Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals” (6-10 September, 2010, Sevastopol, Ukraine), Sevastopol: IEEE, 2010, P.156-158.



# **Observation of spatially localized marine bottom inhomogeneities by multi frequency near field acoustical tomography**

*Petr K. Gaikovich<sup>1)</sup>, Alexander I. Khil'ko and Konstantin P. Gaikovich<sup>1)</sup>*

*IAP RAS, <sup>1)</sup>IPM RAS*

Possibilities of spatially localized under-bottom inhomogeneities in the shallow water waveguide by the near-field multifrequency coherent acoustical tomography method are studied. In frameworks of the developed method, two-dimensional scanning by the source-receiver system along the bottom above the region of inhomogeneity displacement at the set of frequencies. In the Born approximation, initial 3D integral equation is reduced to an one-dimensional Fredholm integral equation of the 1-kind relative to the depth profile of the lateral spectrum of inhomogeneity. To solve this equation for each pair of spectral components, the method of generalized discrepancy has been in use; then, the desired solution is obtained by the inverse Fourier transform of the retrieved spectrum. Results of numerical simulation of the tomography and visualization of under-bottom inhomogeneities are presented.