

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ В ДИАГНОСТИКЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЛЕВОСТОРОННИХ ЛИНЗ

Гайкович К.П.

*Институт физики микроструктур Российской академии наук, Нижний Новгород
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
E-mail: gai@ipm.sci-ppov.ru*

Рассматриваются возможности диагностики диэлектрических неоднородностей в среде по данным измерений распределений рассеянного поля над линзой из левостороннего метаматериала. В работе развивается метод, основанный на решении обратной задачи рассеяния по данным многоуровневых измерений двумерных распределений комплексных амплитуд электрического поля с помощью сканирующей системы источник-приемник. Выполнено численное моделирование восстановления трехмерной структуры распределенных диэлектрических неоднородностей (томографии) и восстановления формы поверхности сплошных неоднородностей (компьютерной голографии).

Введение

Как было показано в [1], слой метаматериала с отрицательным коэффициентом преломления ($\varepsilon = -1$, $\mu = -1$) – так называемая совершенная линза – обладает способностью фокусировать все компоненты поперечного спектра источника, включая ближнепольные, что приводит к возможности точного воспроизведения изображений двумерных объектов, расположенных в фокальной плоскости. Если излучение может проникать в неоднородности, расположенные за линзой, то сканирование источником зондирующего излучения, а, следовательно, и фокусом по другую сторону линзы открывает возможность нового вида томографии с субволновой разрешающей способностью – диагностики трехмерной диэлектрической структуры неоднородности по измерениям рассеянного ей излучения. Путем изменения расстояния источника до линзы толщиной d фокус может перемещаться за линзой в интервале $d < z_f < 2d$, что определяет глубину области зондирования.

Оказалось, однако, что реализовать на практике такие совершенные линзы весьма затруднительно, поскольку наличие в материале линзы даже минимального поглощения радикально ограничивают область субволновой фокусировки [2]. С точки зрения постановки обратной задачи рассеяния также имеются трудности. Во-первых, идеальную фокусировку зондирующего поля нарушает вторичное рассеяние поля в самой неоднородности, т.е. она имеет место только при решении задачи в борновском приближении; во-вторых, от вблизи линии от фокуса к поверхности имеет место резкое нарастание поля вплоть до сингулярности, что с одной стороны нереалистично, а с другой – крайне трудно корректно учесть в алгоритме решения. Тем не менее, возможность решения такой идеализированной задачи была продемонстрирована в [3] в постановке, когда фокус перемещался в области под неоднородностью. Неоднородность при этом оказывалась в ближней зоне от фокуса, что позволило достичь субволновой разрешающей способности при численном моделировании алгоритма.

Левосторонние линзы из неидеального метаматериала, как оказалось, могут иметь свои практические преимущества. В этом случае оказывается возможным решать задачу в более реалистичной постановке, когда в зондируемой области имеется обычный фокус, который можно погружать в исследуемую неоднородность – что во многом компенсирует потерю субволновой фокусировки. Такие линзы было бы удобно использовать для зондирования неплоских, но упругих сред – таких, как живые ткани или некоторые типы грунта, избавляясь от проблем зондирования таких сред, связанных с неровной границей. Задача в такой постановке была рассмотрена в [4], создан алгоритм и выполнено численное моделирование томографии с использованием «несовершенных» линз для неоднородностей в вакууме.

Целью данной работы является рассмотрение задачи томографии для распределенных неоднородностей в диэлектрических средах, а также задачи восстановления числовой формы поверхности сплошных диэлектрических объектов (компьютерной голографии), используя математически последовательный метод, предложенный в [5].

Обратная задача рассеяния

Следуя [3], рассмотрим математическую постановку задачи. Пусть система источник-приемник расположены в среде 1 перед левосторонней линзой (слой 2), а зондируемая трехмерная неоднородность комплексной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_1(\mathbf{r})$ расположена за линзой в среде 3. Зондирующее поле $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ в среде 3 определяется соответствующей функцией (тензором) Грина:

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \int_V \mathbf{j}(\mathbf{r}') \bar{\mathbf{G}}(x-x', y-y', z, z') d\mathbf{r}', \quad (1)$$

где $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ - распределение тока в источнике. Используя разложение (1) по плоским волнам [3], можно определить зондирующее поле в любой многослойной среде. В среде с неоднородностью полное поле может быть представлено в виде суммы зондирующего и рассеянного поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_1(\mathbf{r})$. Расчет поля в этом случае является достаточно сложной, но решаемой на современных компьютерах вычислительной задачей.

Для диагностики неоднородностей сканирование осуществляется на нескольких уровнях z , что позволяет менять глубину погружения фокуса линзы в зондируемую среду. Соответствующая обратная задача может решаться на основе трехмерного нелинейного интегрального уравнения 1-го рода, которое, как показано в [3], в борновском приближении можно свести к решению одномерного интегрального уравнения при условии фиксированного взаимного положения источника и приемника, характеризуемого вектором $\delta\mathbf{r}$. При этом условии структура зондирующего поля инвариантна относительно поперечных перемещений такой системы при сканировании, а все наблюдаемые вариации принимаемого сигнала обусловлены только рассеянием на зондируемой неоднородности. Тогда двумерное фурье-преобразование исходного уравнения по поперечным координатам приводит к одномерному уравнению относительно глубинного профиля поперечного спектра неоднородности:

$$E_{ii}(k_x, k_y, z) = -4\pi^3 i \omega \int_{z'} \varepsilon_1(k_x, k_y, z') \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x \delta x - ik_y \delta y} \right. \\ \left. \times \int_{z''} [j_i(\kappa_x, \kappa_y, z'' - z - \delta z) G_{ij}^{13}(\kappa_x, \kappa_y, z'', z')] G_{ji}^{31}(\kappa_x + k_x, \kappa_y + k_y, z', z) d\kappa_x d\kappa_y dz'' dz', \right] \quad (2)$$

где $k_0 = \omega/c$, $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$, G_{ji}^{lk} - компоненты двумерного фурье-преобразования функции Грина \mathbf{G} , которые определяют вклад j -й компоненты тока источника, расположенного в k -м слое, в i -ю компоненту поля в l -м слое. Эти функции для произвольной многослойной среды приведены в [3].

Таким образом, необходимо решить интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода для каждой пары компонент поперечного спектра для определения вертикального профиля неоднородности в k -пространстве $\varepsilon_1(k_x, k_y, z')$. Как показано в [3], в данном подходе возможна и некоторая коррекция решения за пределами борновского приближения.

Для решения этой некорректной задачи использовался алгоритм метода обобщенной невязки для комплекснозначных функций в гильбертовом пространстве W_2^1 (пространство Соболева), разработанный в [3]. На практике в анализе надо еще учесть аппаратную функцию приемно-передающей системы, как это было сделано в аналогичной с математической точки зрения задаче СВЧ подповерхностной томографии [5], что не меняет вид и метод решаемого уравнения.

Для сплошных внутренне однородных объектов, с которыми чаще всего приходится иметь дело на практике, достаточно решить задачу определения формы их поверхности, т.е. задачу компьютерной голографии. Для этого необходимо в алгоритм решения задачи можно внести дополнительную априорную информацию о постоянстве диэлектрических параметров внутри неоднородной области. Такой метод был предложен при решении задачи СВЧ подповерхностной голографии в [5]. Для его реализации можно непосредственно использовать решение (2) в k -пространстве $\varepsilon_1(k_x, k_y, z')$ в предположении, что оно получено для объекта с известной постоянной внутренней комплексной диэлектрической проницаемостью ε_1^0 . Если форму поверхности объекта в

каждом сечении z можно задать в декартовой системе координат в виде $x_1(y), x_2(y)$, то, выполнив фурье-преобразование по одной из переменных поперечного спектра k_y ,

$$\varepsilon_1(k_x, y', z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_1(k_x, k_y, z) \exp(ik_y y') dk_y, \quad (3)$$

получаем (после замены $y' \rightarrow y$) комплексное трансцендентное уравнение

$$\varepsilon_1(k_x, y, z) = \frac{\varepsilon_1^0}{2\pi i k_x} (e^{-ik_x x_1(y,z)} - e^{-ik_x x_2(y,z)}), \quad (4)$$

решение которого для двух неизвестных x_1 и x_2 задает искомую форму поверхности объекта. Поскольку решение может быть получено при каждом значении k_x , уравнение (4) является переопределенным, и, следовательно, имеется возможность его оптимизации. Такой метод является математически последовательным, поскольку обратное преобразование Фурье решения (1) в k -пространстве не может точно воспроизвести скачок на границе объекта из-за известного эффекта Гиббса – даже не принимая во внимание неизбежное сглаживание границы при решении некорректной задачи.

Результаты численного моделирования

Результаты численного моделирования рассматриваемого подхода к сканирующей многоуровневой томографии и голографии показали эффективность соответствующих алгоритмов. Вместе с тем, выявлены и серьезные трудности в его практической реализации.

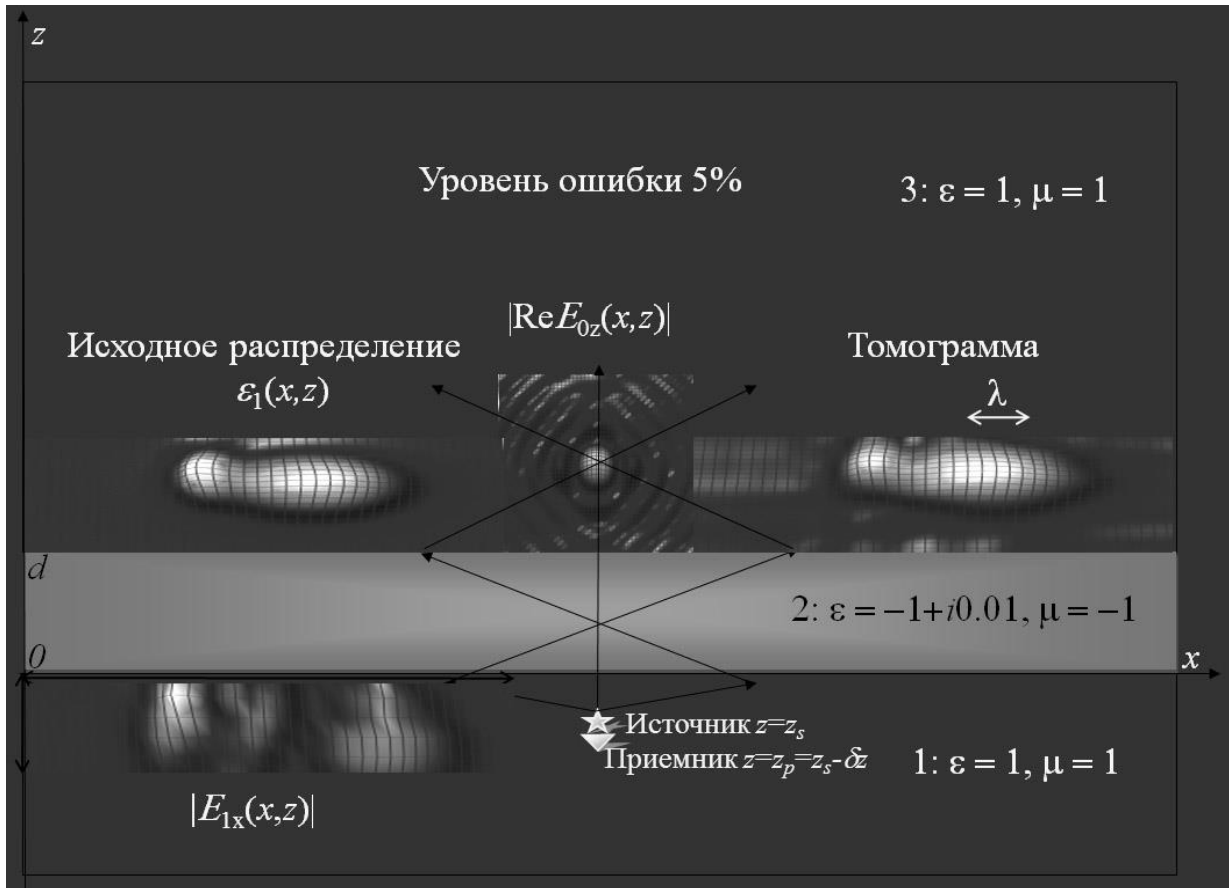


Рис. 1. Численное моделирование томографии (вертикальное сечение). Слой 1 – слева в области, ограниченной стрелками – распределение амплитуды рассеянного поля; в центре – система источник-приемник. Слой 2 – левосторонняя линза. Слой 3 – слева исходное распределение реальной части комплексной диэлектрической проницаемости; в центре – распределение амплитуды зондирующего поля; справа – результат восстановления (томограмма).

В частности, трудности возникают при рассогласовании диэлектрических параметров сред (внешней и зондируемой). На рис.1 показан пример томографии неоднородности в вакууме в условиях слабого рассогласования, связанного с наличием мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости линзы [4] (результаты показаны в масштабе длины волны λ , показанной на рис.1 стрелкой). Для восстановления трехмерного распределения неоднородности комплексной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_1(\mathbf{r})$, которая моделировалась двумя гауссовыми распределениями, при решении (1) использовались «данные измерений» x -компоненты рассеянного электрического поля $E_{1x}(x, y, z_i + \delta z)$ на 6 уровнях $z = z_i$ в плоскости x - y . Зондирующее поле задавалось источником $\mathbf{j}(\mathbf{r}'' - \mathbf{r} - \delta \mathbf{r}) = j_z \delta(\mathbf{r}'' - \mathbf{r} - \delta \mathbf{z}) \mathbf{z}_0$. Задача решалась при уровне случайной гауссовой ошибки 5%. Характерные размеры неоднородностей несколько превышали длину волны, показанную на рисунке стрелкой. Можно видеть, что качество восстановления весьма неплохое (сходные результаты получены и для мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости).

Пример моделирования томографии неоднородности в диэлектрической среде в условиях существенного рассогласования диэлектрических параметров сред и линзы, которое приводит к мультиплицированию фокуса представлен на рис.2.

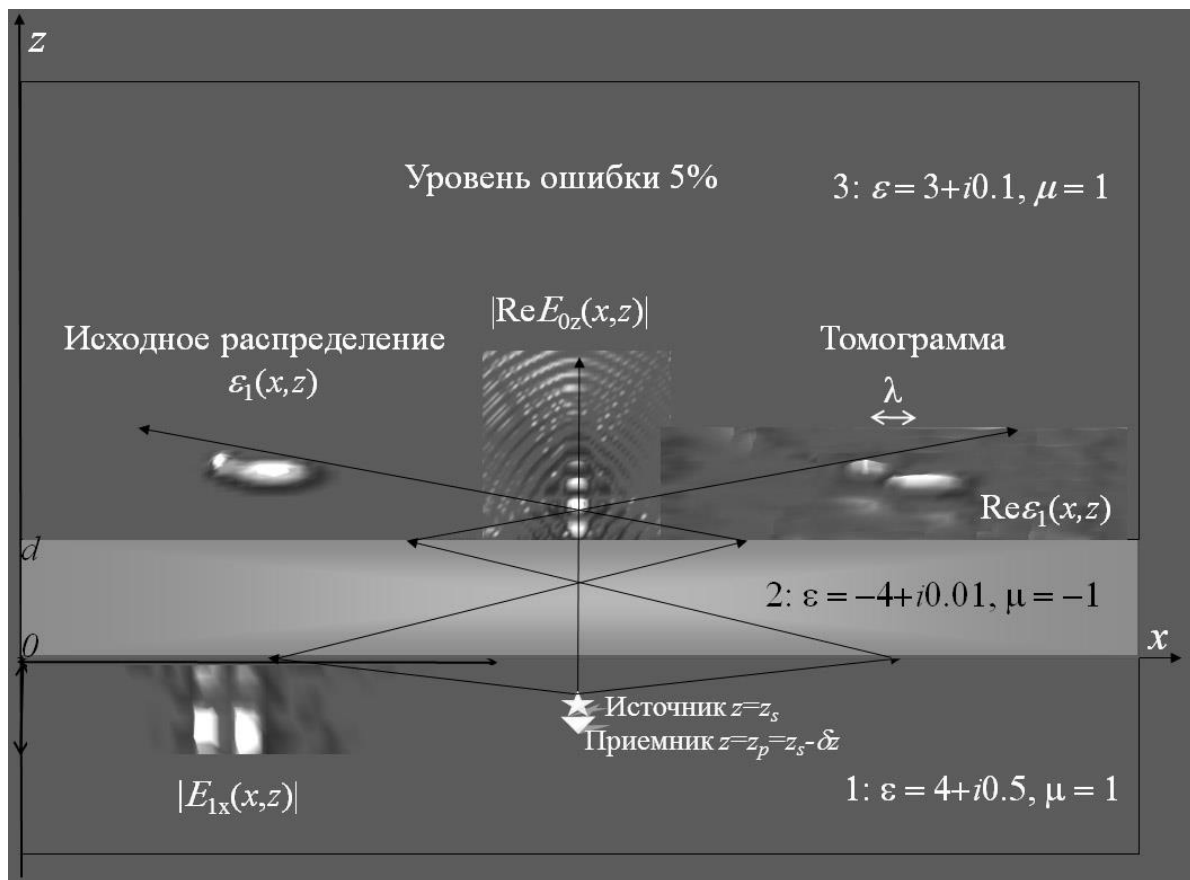


Рис.2. Численное моделирование томографии. Обозначения аналогичны рис.1

Видно, что максимум зондирующего поля в данном случае расщеплен из-за отражения на границах раздела, но, тем не менее, основные детали неоднородной структуры воспроизводятся в целом правильно. Ниже восстановленного изображения можно видеть относительно слабо выраженные артефакты, связанные с влиянием вторичного рассеяния.

Для диагностики формы сплошных подповерхностных неоднородностей естественно использовать метод [4], основанный на решении задачи голографии (4), которое определяет их числовую форму.

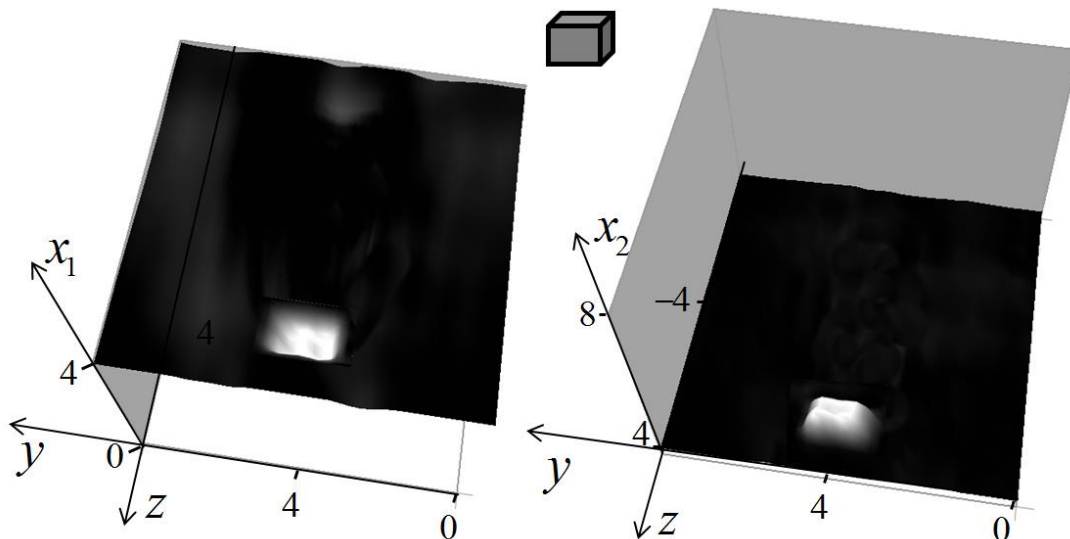


Рис.3. Численное моделирование голографии объекта в форме параллелепипеда, показанного на вставке. Размеры по осям показаны в единицах длины волны.

На рис.3. представлен пример восстановления объекта в среде 3 в форме параллелепипеда с размерами $2,5 \times 3,2 \times 1,5$ (в безразмерных единицах их отношения к длине волны) для параметров сред и линзы, тождественных представленным на рис.2. Видно, что, несмотря на сложность зондирующего поля (см. на рис.2), голографические изображения подповерхностного объекта в виде двух функций $x_1(y, z)$, $x_2(y, z)$ неплохо воспроизводят форму двух половин моделируемого объекта. В отличие от результатов томографии на рис.2, голографические изображения моделируемого объекта на рис.3 не содержат каких либо значимых артефактов. Можно предположить, что это является следствием внесения в процесс решения дополнительной информации о постоянстве диэлектрических параметров неоднородности.

Задачей дальнейших исследований является разработка методов решения обратной задачи за пределами применимости борновского приближения для случая сильных неоднородностей.

Благодарности

Исследования были выполнены при поддержке РФФИ, проекты № 13-07-97028_p_поволжье, а также программы ОФН РАН IV.13, а также частично поддержаны грантом Минобрнауки РФ (соглашение от 27 августа 2013г. № 02.В.49.21.0003 между МОН РФ и ННГУ).

ЛИТЕРАТУРА

1. Pendry J.B. Negative refraction makes a perfect lens // Physical Review Letters, 2000, vol. 85, no. 18, pp. 3966-3969.
2. Ramakrishna S.A., Pendry J.B., Shurig E.D., Smith D.R. and Shultz S. Asymmetric lossy near-perfect lens // J. Mod. Opt., 2002, vol. 49, no. 10, pp.1747-1762.
3. Gaikovich K.P., Gaikovich P.K. Inverse problem of near-field scattering in multilayer media // Inverse Problems, vol. 26, no. 12, pp. 125013 (1-17 pp.), 2010.
4. Gaikovich K.P. Metamaterial lens tomography. Proceedings of 2011 13th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON 2011, Stockholm, Sweden, June 26 – 30, 2011), pp.We.B2.1 (1-4).
5. Gaikovich K.P., Gaikovich P.K., Maksimovitch Ye.S., Badeev V.A. Pseudopulse near-field subsurface tomography // Physical Review Letters, 2012, v. 108, No.16, pp. 163902 (1-5 pp.).