

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ГЛУБИННЫХ ПРОФИЛЕЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПО ДАННЫМ БЛИЖНЕПОЛЬНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ СВЧ ДИАГНОСТИКИ

Гайкович К.П.^{1,2}, Максимович Е.С.³, Сумин М.И.²

¹ Институт физики микроструктур Российской академии наук, Нижний Новгород
E-mail: gaikovich@mail.ru

² Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
m.sumin@mail.ru

³ Институт прикладной физики НАН Беларуси, Минск
makhel@iapb.bas-net

В работе предложен метод восстановления подповерхностного профиля диэлектрической проницаемости среды по данным ближнеполюсной импульсной СВЧ диагностики. Диагностика основана на решении нелинейной некорректной обратной задачи ближнеполюсного рассеяния методом двойственной регуляризации применительно к данным измерений приемно-передающей системой, созданной на основе импульсного генератора, передающего сигнал в форме моносинуса, осциллоскопа GZ20E и широкополосных диполей, расположенных в бистатической конфигурации. В работе демонстрируются результаты численного моделирования алгоритма решения обратной задачи и приводятся результаты экспериментов по зондированию неоднородностей диэлектрической проницаемости, связанных с вариациями глубинного профиля плотности, создаваемых в песчаной среде. Исследуемый подход направлен на создание нового метода неинвазивной диагностики субволнового разрешения для возможных приложений в медико-биологической диагностике и дефектоскопии.

Введение

В нашей работе [1] был предложен новый подход к ближнеполюсной СВЧ диагностике подповерхностных неоднородностей с субволновой разрешающей способностью, основанный на использовании импульсного зондирующего сигнала, в котором глубинную чувствительность определяет временная зависимость рассеянного импульса. Были предложены и апробированы в эксперименте методы томографии и голографии (определения формы) подповерхностных диэлектрических объектов, основанные на двумерном сканировании вдоль поверхности среды той же самой приемно-передающей источник-приемник, что и в ранее развитых авторами методах многочастотной ближнеполюсной СВЧ диагностики [2-4]. В данной работе этот новый импульсный подход исследуется применительно к диагностике одномерных неоднородностей плотности среды.

Постановка обратной задачи

Рассматриваемый метод диагностики основан на измерениях рассеянного импульсного сигнала $s(\mathbf{r}_r, t)$, где координаты x_r и y_r вектора \mathbf{r}_r определяют поперечное положение приемной системы, а z_r – ее высоту над поверхностью зондируемой среды; t – время. Для гармонического сигнала зондирующее и рассеянное поля могут быть вычислены с использованием формализма функций Грина [2], в то время как для сигнала с произвольной временной зависимостью эти функции неизвестны. В связи с этим естественным решением представляется предложенный в [1] подход, основанный на разложении импульсного сигнала в частотный спектр, который представляется интегралом по длительности импульса Δt :

$$s(\mathbf{r}_r, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} s(\mathbf{r}_r, t) \exp(-i\omega t) dt, \quad (1)$$

где время t_0 определяет фазу комплексных амплитуд спектральных компонент. В качестве t_0 удобно выбрать время прихода сигнала, соответствующего отражению от поверхности среды. Для среды с комплексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0 = \varepsilon_0' + \varepsilon_0''$, содержащей неоднородность с $\varepsilon_1(\mathbf{r})$, так что $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(\mathbf{r})$, комплексные амплитуды электрического поля определяются суммой зондирующего и рассеянного поля $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1$. Сп-рассеянного сигнала определяется сверткой распределения поля с аппаратной функцией приемной антенны по поперечным координатам:

$$s(\mathbf{r}', \omega) = \int \mathbf{E}(\mathbf{r}', \omega) \mathbf{F}(x_r - x', y_r - y', z_r, z', \omega) dx' dy' dz', \quad (2)$$

Двумерное преобразование Фурье по поперечным координатам позволяет свести (2) к одномерному интегралу для спектра в k -пространстве [2-4], который для плоских апертур антенной системы, использованных в данной работе, $\mathbf{F}(x_r - x', y_r - y', z_r, z', \omega) = \mathbf{F}(x_r - x', y_r - y', \omega) \delta(z_r - z')$, приводит к простому соотношению

$$s(k_x, k_y, z_r, \omega) = 4\pi^2 \mathbf{E}(k_x, k_y, z_r, \omega) \mathbf{F}(k_x, k_y, \omega), \quad (3)$$

где, как и в последующих формулах, для упрощения записи частотные и пространственные спектральные компоненты величин определяются своими аргументами.

Для среды с комплексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0 = \varepsilon'_0 + \varepsilon''_0$, содержащей неоднородность с $\varepsilon_1(z)$, так, что $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(z)$, комплексные амплитуды спектров электрического поля можно представить суммой зондирующего (падающего) и рассеянного поля $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1$. В рассматриваемом случае одномерных неоднородностей рассеянное поле определяется коэффициентами отражения на ТН и ТЕ поляризациях, а падающее – спектральными компонентами тока на излучающей антенне, которые для описываемой системы вычислены и приведены в [3]:

$$\mathbf{E}_1(k_x, k_y, z_r, \omega) = [R^{\parallel}(k_x, k_y, \omega) \mathbf{E}_0^{\parallel}(k_x, k_y, 0, \omega) + R^{\perp}(k_x, k_y, \omega) \mathbf{E}_0^{\perp}(k_x, k_y, 0, \omega)] \exp(\sqrt{k^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2} z_r), \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0(k_x, k_y, 0, \omega) = & -\frac{2\pi}{\omega} \exp(i\sqrt{k^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2} z_s) \\ & \times \left\{ j_x(k_x, k_y, z_s, \omega) \left[\frac{\kappa_x^2 k_z}{\kappa_{\perp}^2} \bar{x}_0 + \frac{\kappa_x \kappa_y k_z}{\kappa_{\perp}^2} \bar{y}_0 - \kappa_x \bar{z}_0 \right]_{\parallel} + \frac{k^2}{\kappa_{\perp}^2 k_z} \left[\kappa_y^2 \bar{x}_0 - \kappa_x \kappa_y \bar{y}_0 \right]_{\perp} \right\} \\ & + j_y(k_x, k_y, z_s, \omega) \left\{ \left[\frac{\kappa_x \kappa_y k_z}{\kappa_{\perp}^2} \bar{x}_0 + \frac{\kappa_y^2 k_z}{\kappa_{\perp}^2} \bar{y}_0 - \kappa_y \bar{z}_0 \right]_{\parallel} + \frac{k^2}{\kappa_{\perp}^2 k_z} \left[-\kappa_x \kappa_y \bar{x}_0 + \kappa_x^2 \bar{y}_0 \right]_{\perp} \right\}, \end{aligned}$$

где $k = \omega / c$, $k_z = \sqrt{k^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2}$, $\kappa_{\perp} = \kappa_x^2 + \kappa_y^2$, $j_x(k_x, k_y, z_s, \omega)$ – поперечный спектр частотного распределения электрического тока по апертуре источника зондирующего поля, а $z_s = z_r + \delta z$ – высота источника над поверхностью среды.

В ряде случаев диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(z, \omega)$ оказывается частотно-зависимой, что осложняет решение задачи по данным многочастотных измерений. Тогда проблема решается, если можно разделить частотную и глубинную зависимости, то есть, когда глубинную зависимость определяет такой параметр, как глубинный профиль водосодержания среды [5]. В данной работе $\varepsilon(z)$ не зависит от частоты и определяется профилем плотности $\rho(z)$. Комплексная диэлектрическая проницаемость сухого песка определяется его плотностью [6,7]:

$$\varepsilon' = (0.44\rho + 1.01)^2 - 0.062, \quad \varepsilon'' = 0,005\rho\varepsilon', \quad (5)$$

Для рассматриваемого случая, когда используются идентичные приемная и передающая антенны, при вычислениях (4) можно воспользоваться условием взаимности $F_i(k_x, k_y, \omega) = \text{const } j_i(k_x, k_y, \omega) \exp(ik_x \delta x + ik_y \delta y)$, где учтен фазовый сдвиг, связанной со смещением приемника на $\delta x, \delta y$ относительно источника. В эксперименте калибровочный коэффициент определялся из измерений для однородной среды.

Обратная задача формулируется следующим образом: нужно найти профиль $\rho(z)$, который удовлетворяет условию равенства вычисленных и измеренных данных:

$$s[\rho(z)](\omega) = s_0(\omega). \quad (6)$$

Для решения данной нелинейной некорректной задачи использовался метод двойственной регуляризации [8], с успехом примененный нами ранее при решении ряда одномерных обратных задач [5]. В рамках этого метода используется модифицированный функционал Лагранжа

$$L_\mu[\rho](\lambda) = \|\rho\|^2 + \frac{1}{\Delta\omega} \int_\omega \langle \lambda(\omega), (\mathbf{s}[\rho](\omega) - \mathbf{s}_0(\omega)) \rangle d\omega + \mu \left\{ \left(\frac{1}{\Delta\omega} \int_\omega |\mathbf{s}[\rho](\omega) - \mathbf{s}_0(\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2} + \frac{1}{\Delta\omega} \int_\omega |\mathbf{s}[\rho](\omega) - \mathbf{s}_0(\omega)|^2 d\omega \right\}, \quad (7)$$

где $\langle \cdot \rangle$ – скалярное произведение, $\|\rho\|_{L_2}^2 = \frac{1}{\Delta z} \int_{\Delta z} \rho(z)^2 dz$, $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$, $\mu > 0$.

Задача состоит в минимизации функционала (7) по искомой переменной при одновременной максимизации по коэффициентам Лагранжа λ выпуклого функционала двойственной задачи

$$W_\mu(\lambda) = \min_{\sigma \in D} L_\mu[\rho](\lambda) - \alpha \|\lambda\|^2 \rightarrow \max_{\|\lambda\| \leq \mu}, \quad (8)$$

где $D = \{\rho \in L_2(z_n, 0) : 0 \leq \rho(z) \leq \rho_{\max}\}$, а сигнал \mathbf{s} рассматривается как двумерный вектор. Задачу упрощает тот факт, что суперградиент функционала (8) представляется в явном виде. Решение получается как седловая точка описанного процесса минимизации функционала (7) по ρ при одновременной максимизации функционала (8) по двойственной переменной λ .

Задача рассматривается для данных, заданных с некоторой ошибкой $\|\mathbf{s}[\rho(z)] - \mathbf{s}_0\|_{L_2}^2 \equiv \frac{1}{\Delta\omega} \int_\omega |\mathbf{s}[\rho(z)](\omega) - \mathbf{s}_0(\omega)|^2 d\omega \leq \delta_R^2 \frac{1}{2}$, где $\Delta\omega$ – частотный интервал анализа.

Существование минимума функционала (6) обеспечивается, если положить $\mu = 10$. Итеративная

процедура решения начинается с $\lambda^{k=1} = 0$, $\partial W_\mu^{\alpha(k=1)}(\lambda) = \frac{1}{\Delta z_s} \{\mathbf{s}[\rho^{k=1}(z) = \sigma_0](\omega) - \mathbf{s}_0(\omega)\} - 2\alpha\lambda$,

$\delta^{k=1} = \|\mathbf{s}[\rho^{k=1}(z) = \rho(z=0)] - \mathbf{s}_0\|_{L_2}$ (начальное значение невязки). В процессе максимизации (7)

используется последовательность $\alpha^k = k^{-1/3}$, $k = 1, 2, \dots$. Далее вычисляются последующие значения

невязки $\delta^k = \|\mathbf{s}[\rho^k(z)] - \mathbf{s}_0\|_{L_2}$. Как и в [5], итерационная процедура продолжается до наибольшего

номера $k = k(\delta_R)$, определяемого правилами останова $\|\partial V_\mu^{\delta_R}(\lambda^k)\| > a$, $\delta^k \geq b\delta_R$, где константы a ,

b определяются в численном эксперименте. Точка ρ^k соответствует искомому решению.

Результаты численного моделирования и эксперимента

Предложенный метод профилирования плотности среды исследовался на основе ранее полученных нами экспериментальных результатов, направленных в первую на разработку методов диагностики трехмерных неоднородностей (томографии и голографии) в ближней зоне песчаной среды [1]. В экспериментах использовалась сканирующая система, которая включала в себя цифровой осциллоскоп GZ10E, генераторную головку с центральной рабочей частотой 3,5 ГГц спектра сигнала в форме моносинуса, а также приемо-передающие широкополосные дипольные антенны типа bow-tie, имеющие широкий пространственный спектр передаточной функции. Сканирование осуществлялось по сетке 39×51 точек с шагом 0,5 см. В нашей работе [1] удалось продемонстрировать перспективность предложенных методов СВЧ импульсной диагностики диэлектрических тестовых объектов в ближней зоне. В этих экспериментах заглабление тестовых объектов производилось методом последовательного послойного подсыпания песка с выравниванием поверхности, и результаты сканирования показали, в результате этого процесса возникает слоистая структура плотности, которая отображается в рассеянном сигнале. Обнаруженная чувствительность измерений к вариациям плотности позволила осуществить постановку рассматриваемой в данной работе задачи восстановления глубинного профиля плотности.

Как и во всякой некорректной обратной задаче, необходимым этапом верификации метода решения является численное моделирование по замкнутой схеме [7], в которой для заданного неоднородного профиля плотности и используемой в эксперименте формы зондирующего импульса вычисляются входные данные, на них набрасывается случайная погрешность с заданной дисперсией, решается обратная задача, и восстановленный профиль неоднородности сравнивается с исходным.

На рис.1. представлен результат такого численного моделирования восстановления заданной гауссовой неоднородности профиля плотности по спектру вычисленного рассеянного импульса при уровне погрешности случайной ошибки 5%.

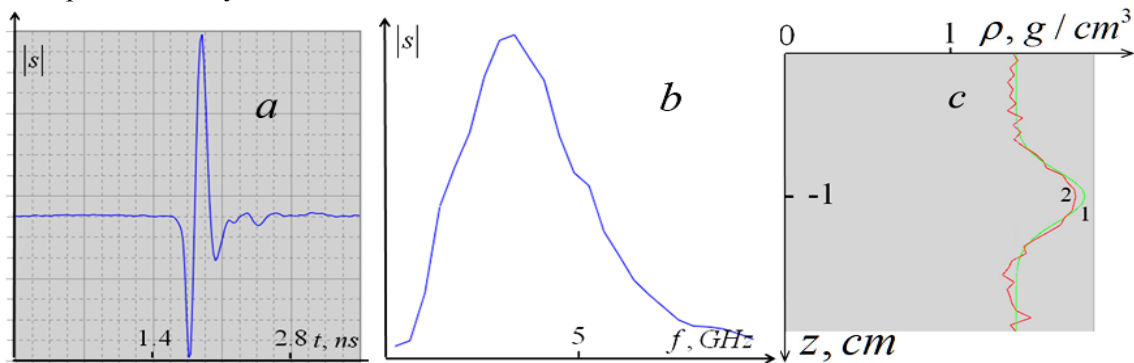


Рис. 1. *a*) зондирующий импульс; *b*) 1 – спектр сигнала, рассеянного неоднородностью плотности (линия 1 на рис. 1*c*) с добавленной случайной погрешностью; *c*) 1 – моделируемая гауссова неоднородность профиля плотности, 2 – восстановленный профиль; $f = \omega / 2\pi$.

Можно видеть, что короткий зондирующий импульс (рис.1*a*) порождает довольно широкополосное рассеяние (рис.1*b*), и результат решения обратной задачи (рис. 1*c*) оказывается весьма удовлетворительным.

На рис.2,3 показаны результаты восстановления профилей плотности песка по данным эксперимента, образованных его уплотнением при выравнивании последовательно досыпаемых слоев. На рис. 2 представлен случай, когда неоднородности среды приводят к распределению амплитуды сигнала, которое имеет два выраженных максимума на шкале эффективной глубины рассеяния $z_s = c / 2\text{Re}\sqrt{\varepsilon_0}(t - t_0)$.

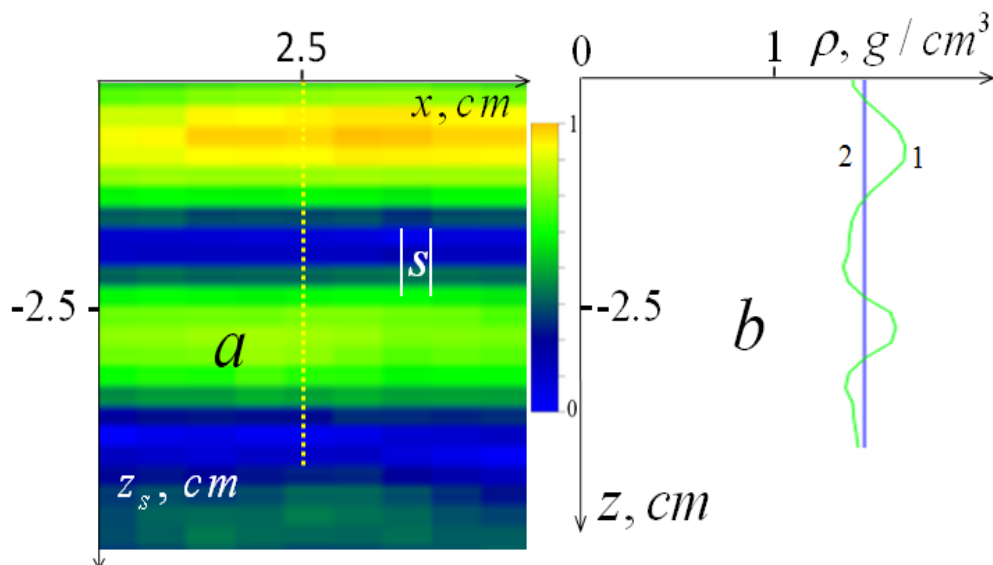


Рис. 2. *a*) Нормированная на максимальное значение амплитуда импульса (разрез вдоль оси сканирования x в зависимости от эффективной глубины рассеяния z_s); точечной линией показано положения восстановленного профиля на оси x плотности и интервал анализа сигнала; *b*) 1 – восстановленный профиль плотности, 2 – среднее значение плотности.

На восстановленном профиле (рис. 2*a*) также можно видеть два максимума, которые могут быть ассоциированы с областями уплотнения среды. На рис.3 демонстрируются результаты восстановления для среды с одним насыпанным слоем. Амплитуда рассеянного сигнала в этом случае

имеет один максимум в интервале эффективной глубины рассеяния, соответствующей положению насыпанного слоя.

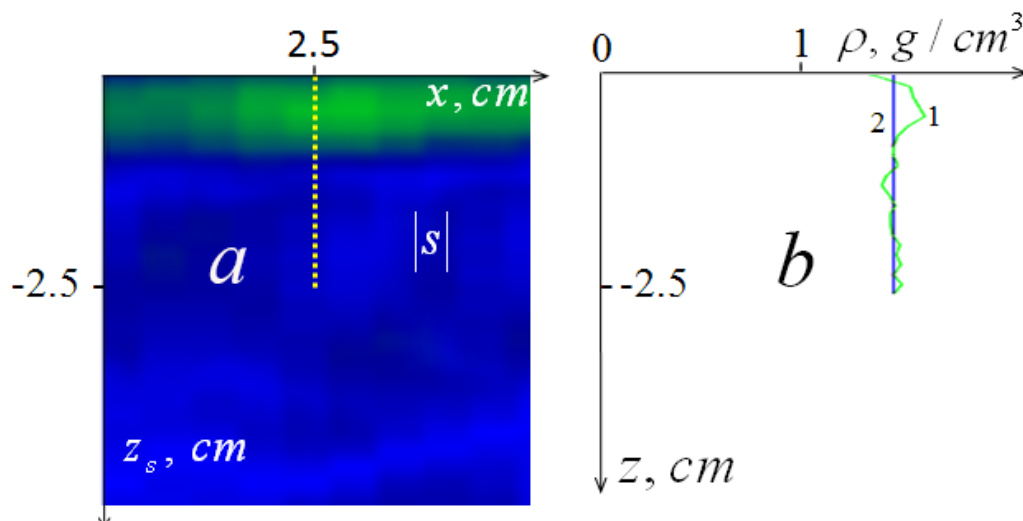


Рис. 3. а) Нормированная на максимальное значение амплитуда импульса (разрез вдоль оси сканирования x в зависимости от эффективной глубины рассеяния z_s); точечной линией показано положения восстановленного профиля на оси x плотности и интервал анализа сигнала; б) 1 – восстановленный профиль плотности, 2 – среднее значение плотности.

Восстановленный профиль в этом случае также имеет один выраженный максимум в профиле плотности. Таким образом, эксперимент демонстрирует чувствительность импульсной диагностики к слабым вариациям плотности среды и возможности восстановления глубинных профилей этих вариаций по данным ближнеполюсных измерений рассеянного импульсного сигнала.

Исследования были выполнены при поддержке РФФИ, проекты № 15-47-02294-р_поволжье, № 17-07-00488, программы ОФН РАН IV.13, а также частично поддержаны грантом Минобрнауки РФ (соглашение от 27 августа 2013 г. № 02.В.49.21.0003 между МОН РФ и ННГУ).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гайкович К.П., Максимович Е.С. Ближнеполюсная импульсная СВЧ диагностика подповерхностных диэлектрических неоднородностей // Журнал радиоэлектроники, № 2, 2016. <http://jre.cplire.ru/jre/feb16/4/text.pdf>
2. Gaikovich K.P., Gaikovich P.K. Inverse problem of near-field scattering in multilayer media // Inverse Problems, vol.26, No. 12, p. 125013, 2010.
3. Gaikovich K.P., Gaikovich P.K., MaksimovitchYe.S. and Badeev V.A. Pseudopulse near-field subsurface tomography // *Phys. Rev. Lett.*, vol. 108, No. 16, p. 163902, 2012.
4. Gaikovich K.P., Gaikovich P.K., MaksimovitchYe.S., Badeev V.A. Subsurface near-field microwave holography // *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 9, issue 1, pp. 74-82, 2016.
5. Gaikovich K.P., Gaikovich P.K., Maksimovitch Ye.S, Smirnov A.I., Sumin M.I. Dual regularization in non-linear inverse scattering problems // *Inverse Problems in Science and Engineering*, vol. 24, No. 7, pp. 1215–1239, 2016.
6. Hallikainen M.T., Ulaby F.T., Dobson M.C., El-Rayes M.A., Wu L. Microwave dielectric behavior of wet soil. Part 1: Electrical models and experimental observations // *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, vol.23, No.1, p.25-34, 1985.
7. Gaikovich K.P. *Inverse Problems in Physical Diagnostics*. New York: Nova Science Publishers Inc., 2004.
8. Sumin M.I. Parametric Dual Regularization in a Nonlinear Mathematical Programming // *Advances in Mathematics Research*, Vol. 11, Chapter 5, New-York, Nova Science Publishers Inc., 2010. pp. 103-134.