

УДК 621.396.967

БЛИЖНЕПОЛЬНАЯ ТОМОГРАФИЯ И ГОЛОГРАФИЯ СЛАБОКОНТРАСТНЫХ ПОДПОВЕРХНОСТНЫХ ОБЪЕКТОВ

К. П. Гайкович^{1,2}, Е. С. Максимович³*

¹ Институт физики микроструктур РАН, г. Нижний Новгород;

² Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

³ Институт прикладной физики НАН Беларуси, г. Минск, Беларусь

В статье развивается новый метод электромагнитной компьютерной томографии распределённых подповерхностных неоднородностей и голографии (т.е. восстановления формы) внутренне однородных подповерхностных объектов. Он основан на решении обратной задачи ближнепольного рассеяния по данным многочастотных измерений двумерного распределения комплексных амплитуд рассеянного поля вдоль поверхности среды над областью неоднородностей.

ВВЕДЕНИЕ

Задача томографии, в данном случае получения трёхмерного распределения диэлектрической проницаемости в среде с подповерхностной неоднородностью, состоит в решении обратной задачи рассеяния на основе использования данных многочастотных измерений сверхвысокочастотного (СВЧ) поля, рассеянного диэлектрическими объектами на глубине порядка глубины проникновения ближнего поля для наибольшей длины волны частотного диапазона зондирующего сигнала. Ближнепольные измерения привлекают возможностью выхода за рэлеевское ограничение разрешающей способности, что является единственным способом, когда переход к более коротковолновому диапазону невозможен из-за возрастания ослабления волн в среде.

Решение таких трёхмерных задач на основе исходных уравнений Максвелла связано с серьёзными ограничениями на размерность сетки анализа и, как следствие, с жёстким ограничением достижимой разрешающей способности. Поэтому в ряде работ были предложены подходы, основанные на редукции нелинейного интегрального уравнения (эквивалентного уравнения Максвелла с граничными условиями) к одномерному интегральному уравнению для поперечного к лучу зрения спектра пространственной неоднородности с его последующим многократным решением для каждой пары спектральных компонент. Такая редукция, основанная на двумерном преобразовании Фурье по поперечным к лучу зрения координатам, не всегда возможна, поскольку в общем случае исходное уравнение не является уравнением типа свёртки и только в ряде случаев допускает такое представление. Среди них можно отметить методы, развитые для СВЧ радиометрической и импедансной диагностики, для низкочастотного зондирования земной коры, а также метод, основанный на измерении рассеяния на подповерхностной неоднородности поля волны, проникающего в среду при полном внутреннем отражении [1, 2].

В данной работе развивается подход, основанный на схеме измерений [3], которые выполняются в двумерной области над неоднородностью с помощью жёстко связанной системы источник—приёмник. Чувствительность по глубине обеспечивают измерения в зависимости от третьего параметра, такого как частота сигнала, размер апертуры приёмной антенны или высота уровня сканирования. Такая схема приводит трёхмерное уравнение в борновском приближении к уравнению типа свёртки, редуцируемому к одномерному интегральному уравнению, которое должно

* gai@ipm.sci-nnov.ru

решаться для каждой пары волновых чисел двумерного поперечного к лучу зрения спектра. Более того, этот подход позволяет получать и некоторую коррекцию к решению в борновском приближении. Поперечные пространственные спектры функций Грина, образующие ядро решаемого уравнения, были получены в работе [3] в явном виде. Там же был апробирован и метод решения таких уравнений Фредгольма 1-го рода для комплекснозначных функций в пространстве Соболева W_2^1 , основанный на принципе обобщённой невязки.

Описанный подход был реализован в эксперименте как метод подповерхностной СВЧ томографии неоднородностей в грунте [4]. Анализируя его результаты, мы столкнулись с трудностями различения сигнала подповерхностного рассеяния на фоне сильного вклада рассеяния от поверхности. Их удалось преодолеть путём трансформации многочастотных данных в синтезированный комплексный псевдоимпульс, в котором эти вклады эффективно разделялись. Решаемое уравнение было трансформировано к этой новой постановке задачи, и были получены хорошие результаты томографии распределённых и пространственно ограниченных тестовых неоднородностей.

Следует отметить, что для внутренне однородных пространственно ограниченных объектов, которые на практике встречаются значительно чаще неоднородных объектов, исчерпывающей характеристикой является форма поверхности. Однако её нахождение (задача компьютерной голографии) на основе результатов решения описанной более общей задачи томографии не является, как будет показано ниже, тривиальной задачей. Подход к решению задачи голографии таких объектов и первые результаты также были получены в работе [4]. До некоторой степени аналогичные подходы в настоящее время развиваются также с целью получения радиоголографических изображений поверхности металлических неоднородностей [5].

В данной статье описанный метод томографии и голографии исследуется на основе как численных, так и натурных экспериментов.

1. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ В МНОГОСЛОЙНОЙ СРЕДЕ

Хотя в данной работе задача рассматривается для случая зондирования неоднородностей в однородном полупространстве, предлагаемая методика справедлива и в существенно более общем случае, когда среда многослойная, причём измерительная система и зондируемая неоднородность расположены в различных слоях. Пусть, например, зондирующая система расположена в k -м слое (слои нумеруются в z -направлении) с комплексными диэлектрическими и магнитными проницаемостями $\varepsilon = \varepsilon_{0k}$, $\mu = \mu_{0k}$, а зондируемая неоднородность — в l -м слое с $\varepsilon = \varepsilon_{0l}$ и $\mu = \mu_{0l}$. Тогда распределение комплексной диэлектрической проницаемости в l -м слое представляется в виде суммы постоянной составляющей диэлектрической проницаемости среды в данном слое и её трёхмерной неоднородности, распределение которой требуется восстановить из измерений $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_{0l} + \varepsilon_1(\mathbf{r})$. Комплексные амплитуды полного поля, измеряемого в k -м слое в двумерной области x, y на частоте ω , определяются суммой компонент зондирующего и рассеянного поля: $\mathbf{E}(x, y, z, \omega) = \mathbf{E}_0(x, y, z, \omega) + \mathbf{E}_1(x, y, z, \omega)$. Рассеянное поле \mathbf{E}_1 определяется распределением неоднородности $\varepsilon_1(\mathbf{r})$ с помощью трёхмерного интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода. В работе [3] было показано, что для схемы измерений с жёстко связанной системой источник—приёмник, расстояние между которыми задано вектором $\delta\mathbf{r}$, это интегральное уравнение в борновском приближении имеет вид свёртки по поперечным координатам x и y . Такой вид уравнения позволяет путём двумерного преобразования Фурье получить одномерное интегральное уравнение для каждой пары компонент k_x и k_y поперечного к лучу зрения спектра рассеянного поля:

$$E_{1i}(k_x, k_y, \omega, z, \delta\mathbf{r}) = -4\pi^3 i\omega \int_{-\infty}^0 \varepsilon_1(k_x, k_y, z') \left\{ \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp(-ik_x \delta x - ik_y \delta y) \times \right.$$

$$\times \int_0^\infty \left[j_q(\kappa_x, \kappa_y, z'' - z - \delta z, \omega) G_{qj}^{kl}(\kappa_x, \kappa_y, z'', z', \omega) \tilde{G}_{ji}^{lk}(\kappa_x + k_x, \kappa_y + k_y, z', z, \omega) d\kappa_x d\kappa_y dz'' \right] dz', \quad (1)$$

где $G_{qj}^{kl} = \|G_{qj}^{kl} + {}^\perp G_{qj}^{kl}$, $\tilde{G}_{ji}^{lk} = \|\tilde{G}_{ji}^{lk} + {}^\perp \tilde{G}_{ji}^{lk}$ — компоненты функций (тензоров) Грина в k -пространстве для ТЕ(\perp)- и ТН($\|$)-поляризацій; j_i — компоненты поперечного спектра тока в источнике поля (для краткости, за немногими исключениями, для поперечных спектров используются те же обозначения); предполагается суммирование по повторяющимся индексам q, j , принимающим значения x, y, z (суммирование по номерам слоёв k и l отсутствует); индекс i также принимает значения x, y, z . Компоненты функций Грина для зондирующего поля

$$\|, \perp G_{qj}^{kl} = -\frac{k_0^2}{2\pi\omega k_\perp} g_{qj}^{\|, \perp}(k_x, k_y) \frac{T_{kl}^{\|, \perp}}{1 - R_{k,1}^{\|, \perp} R_{k,N+1}^{\|, \perp} \exp(2ik_{zk}d_k)} \times \\ \times \left\{ \exp[ik_{zk}(z_k - z')] + R_{k,1}^{\|, \perp} \exp[ik_{zk}(z' - z_k + 2d_k)] \right\} \times \\ \times \left\{ \exp[ik_{zl}(z - z_l)] + \frac{z_{in}^{(l)\|, \perp} - z_l^{\|, \perp}}{z_{in}^{(l)\|, \perp} + z_l^{\|, \perp}} \exp[2ik_{zl}d_l - ik_{zl}(z - z_l)] \right\}, \quad (2)$$

$$g^{\|}(k_x, k_y) = \frac{1}{k_k k_l} \begin{pmatrix} \frac{k_x^2 k_{zl}}{k_\perp} & \frac{k_x k_y k_{zl}}{k_\perp} & -k_x k_\perp \\ \frac{k_x k_y k_{zl}}{k_\perp} & \frac{k_y^2 k_{zl}}{k_\perp} & -k_y k_\perp \\ -\frac{k_x k_\perp k_{zl}}{k_{zk}} & -\frac{k_y k_\perp k_{zl}}{k_{zk}} & \frac{k_\perp^3}{k_{zk}} \end{pmatrix}, \quad g^\perp(k_x, k_y) = \frac{1}{k_{zk} k_\perp} \begin{pmatrix} k_y^2 & -k_x k_y & 0 \\ -k_x k_y & k_x^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$R_{k,N+1}^{\|, \perp} = \frac{z_{in}^{(k+1)\|, \perp} - z_k^{\|, \perp}}{z_{in}^{(k+1)\|, \perp} + z_k^{\|, \perp}}, \quad T_{kl}^\perp = \prod_{i=k+1}^l \frac{z_{in}^{(i)\perp} + z_i^\perp}{z_{in}^{(i)\perp} + z_{i-1}^\perp} \exp(ik_{zi}d_i),$$

$$T_{kl}^{\|} = \sqrt{\frac{\varepsilon_k \mu_l}{\varepsilon_l \mu_k}} \prod_{i=k+1}^l \frac{z_{in}^{(i)\|} + z_i^{\|}}{z_{in}^{(i)\|} + z_{i-1}^{\|}} \exp(ik_{zi}d_i), \quad z_{in}^{(k)\|, \perp} = \frac{z_{in}^{(k+1)\|, \perp} - iz_k^{\|, \perp} \operatorname{tg}(k_{zk}d_k)}{z_k^{\|, \perp} - iz_{in}^{(k+1)\|, \perp} \operatorname{tg}(k_{zk}d_k)} z_k^{\|, \perp},$$

$$z_{in}^{(N+1)\|, \perp} = z_{N+1}^{\|, \perp}, \quad z_k^{\|} = \frac{k_{zk}}{k_0 \varepsilon_k}, \quad z_k^\perp = \frac{\mu_k k_0}{k_{zk}}, \quad d_{N+1} = 0.$$

Соответствующие компоненты для рассеянного поля

$$\|, \perp \tilde{G}_{ji}^{lk} = -\frac{k_0^2}{2\pi\omega k_\perp} \tilde{g}_{ji}^{\|, \perp}(k_x, k_y) \frac{\tilde{T}_{lk}^{\|, \perp}}{1 - \tilde{R}_{l,1}^{\|, \perp} \tilde{R}_{l,N+1}^{\|, \perp} \exp(2ik_{zl}d_l)} \times \\ \times \left\{ \exp[-ik_{zl}(z_{l-1} - z')] + \tilde{R}_{l,N+1}^{\|, \perp} \exp[-ik_{zl}(z' - z_{l-1} - 2d_l)] \right\} \times \\ \times \left\{ \exp[-ik_{zk}(z - z_k)] + \frac{\tilde{z}_{in}^{(k)\|, \perp} - z_k^{\|, \perp}}{\tilde{z}_{in}^{(k)\|, \perp} + z_k^{\|, \perp}} \exp[-2ik_{zk}d_k + ik_{zk}(z - z_{k-1})] \right\}, \quad (3)$$

$$\tilde{g}^{\|}(k_x, k_y) = \frac{1}{k_k k_l} \begin{pmatrix} \frac{k_x^2 k_{zl}}{k_\perp} & \frac{k_x k_y k_{zl}}{k_\perp} & k_x k_\perp \\ \frac{k_x k_y k_{zl}}{k_\perp} & \frac{k_y^2 k_{zl}}{k_\perp} & k_y k_\perp \\ \frac{k_x k_\perp k_{zl}}{k_{zk}} & \frac{k_y k_\perp k_{zl}}{k_{zk}} & \frac{k_\perp^3}{k_{zk}} \end{pmatrix}, \quad \tilde{g}^\perp(k_x, k_y) = \frac{1}{k_{zk} k_\perp} \begin{pmatrix} k_y^2 & -k_x k_y & 0 \\ -k_x k_y & k_x^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{l,1}^{\parallel,\perp} &= \frac{\tilde{z}_{\text{in}}^{(l-1)\parallel,\perp} - z_l^{\parallel,\perp}}{\tilde{z}_{\text{in}}^{(l-1)\parallel,\perp} + z_l^{\parallel,\perp}}, & \tilde{T}_{lk}^{\perp} &= \prod_{i=k}^{l-1} \frac{\tilde{z}_{\text{in}}^{(i)\perp} + z_i^{\perp}}{\tilde{z}_{\text{in}}^{(i)\perp} + z_{i+1}^{\perp}} \exp(ik_{zi}d_i), \\ \tilde{T}_{lk}^{\parallel} &= \sqrt{\frac{\varepsilon_l \mu_k}{\varepsilon_k \mu_l}} \prod_{i=k}^{l-1} \frac{\tilde{z}_{\text{in}}^{(i)\parallel} + z_i^{\parallel}}{\tilde{z}_{\text{in}}^{(i)\parallel} + z_{i+1}^{\parallel}} \exp(ik_{zi}d_i), & \tilde{z}_{\text{in}}^{(l)\parallel,\perp} &= \frac{\tilde{z}_{\text{in}}^{(l-1)\parallel,\perp} - iz_l^{\parallel,\perp} \operatorname{tg}(k_{zl}d_l)}{z_l^{\parallel,\perp} - i\tilde{z}_{\text{in}}^{(l-1)\parallel,\perp} \operatorname{tg}(k_{zl}d_l)} z_l^{\parallel,\perp}, \\ & & \tilde{z}_{\text{in}}^{(1)\parallel,\perp} &= z_1^{\parallel,\perp}, \quad z_l^{\parallel} = \frac{k_{zl}}{k_0 \varepsilon_l}, \quad z_l^{\perp} = \frac{\mu_l k_0}{k_{zl}}, \quad d_1 = 0, \end{aligned}$$

$k_{zl} = \sqrt{k_l^2 - k_x^2 - k_y^2} = \sqrt{k_l^2 - k_{\perp}^2}$, $k_l = \sqrt{\varepsilon_l} \omega / c$, где c — скорость света, d_i — толщины слоёв.

Соотношение (1) является интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода, на основе которого можно решать обратную задачу рассеяния в различных постановках. Постановка задачи определяется выбором параметров ω , z или $\delta \mathbf{r}$, которые обуславливают селективность по глубине ядра этого уравнения. В многочастотном методе используются данные измерений в двумерной области x, y на уровне z в зависимости от частоты ω . Если использовать данные одночастотного сканирования на различных уровнях z от поверхности раздела сред (многоуровневый метод), то глубинная селективность метода будет связана с изменением глубины проникновения ближнего поля в неоднородность зондируемой среды. Можно также использовать и зависимость ядра от вектора $\delta \mathbf{r}$, который определяет взаимное положение антенн. На практике, однако, многочастотный метод существенно проще, и именно этот метод исследуется в данной работе для случая неоднородности в полупространстве однородной среды.

Из результата решения $\varepsilon_1(k_x, k_y, z)$ обратной задачи рассеяния (1) искомое трёхмерное распределение для отклонения диэлектрической проницаемости $\varepsilon_1(x, y, z)$ определяется двумерным обратным преобразованием Фурье, визуализация которого лежит в основе предложенного метода электромагнитной томографии. Для его реализации на практике необходимо ещё учесть влияние передаточной функции измерительной системы.

2. ТЕОРИЯ ТОМОГРАФИИ И ГОЛОГРАФИИ

2.1. Томография

На рис. 1 представлена схема измерений поля, рассеянного неоднородностью.

Для рассматриваемой схемы вариации комплексных амплитуд принимаемого сигнала s выражаются свёрткой аппаратной функции приёмника \mathbf{F} с распределением рассеянного поля \mathbf{E}_1 :

$$\begin{aligned} s(\mathbf{r}_r) &= \\ &= \int \mathbf{E}_1(\mathbf{r}') \mathbf{F}(x_r - x', y_r - y', z_r, z') dx' dy' dz', \end{aligned} \tag{4}$$

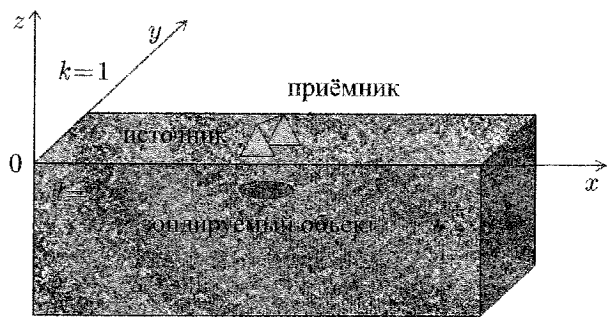


Рис. 1. Схема измерений в методе подповерхностной СВЧ томографии

где $\mathbf{r}_r = (x_r, y_r, z_r)$ — вектор, определяющий положение приёмника. Выполняя двумерное преобразование Фурье по поперечным координатам x_r, y_r , из (1) и (4) получаем одномерное интегральное уравнение для поперечного спектра сигнала, измеряемого при сканировании на уровне z_r :

$$s(k_x, k_y, \omega) = \int_{-\infty}^0 \varepsilon_1(k_x, k_y, z') K(k_x, k_y, z', \omega) dz', \tag{5}$$

$$K(\mathbf{k}_x, k_y, z', \omega) = -4\pi^3 i\omega \int_{-\infty}^0 \left\{ F_i(\mathbf{k}_x, k_y, z, \omega) \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i\kappa_x \delta x - i\kappa_y \delta y) \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\infty} \left[j_i(\kappa_x, \kappa_y, z'' - z - \delta z, \omega) G_{ij}^{12}(\kappa_x, \kappa_y, z'', z', \omega) \right] \tilde{G}_{ji}^{21}(\kappa_x + k_x, \kappa_y + k_y, z', z, \omega) d\kappa_x d\kappa_y dz'' \right\} dz.$$

Уравнение (5) было использовано в алгоритмах подповерхностной томографии, развитых в [3], и апробации многочастотной СВЧ томографии в [4]. Соотношение (1) позволяет также определять ядро трёхмерного интеграла для вычисления в борновском приближении измеряемого сигнала в декартовых координатах:

$$s(\mathbf{r}_r, \omega) = \int \varepsilon_1(\mathbf{r}') K(x_r - x', y_r - y', z_r, \omega, z') dx' dy' dz'. \quad (6)$$

Как отмечалось выше, в наших первых экспериментах оказалось трудно различить подповерхностный объект на получаемых двумерных распределениях сигнала $s(x, y, \omega)$ на фоне сильного шума, обусловленного, как выяснилось, рассеянием от поверхности. Однако было установлено, что подповерхностные объекты становятся отчётливо различимы при визуализации сигнала, трансформированного в синтезированный псевдоимпульс:

$$s(x_r, y_r, t) = \int_{\Delta\omega} s(x_r, y_r, \omega) \exp(i\omega t) d\omega = \int \varepsilon_1(\mathbf{r}') K(x_r - x', y_r - y', z_r, t, z') dx' dy' dz', \quad (7)$$

где временную зависимость удобно поменять на зависимость от параметра эффективной глубины рассеяния z_s с помощью формулы $t = -2z_s \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon_0} / c$ (принимая во внимание конечность скорости света и путь сигнала до рассеивающего элемента и обратно):

$$s(x_r, y_r, z_s) = \int \varepsilon_1(\mathbf{r}') K(x_r - x', y_r - y', z_s, z') dx' dy' dz'. \quad (8)$$

Подповерхностные объекты отчётливо различались при визуализации амплитуды псевдоимпульса $|s(x_r, y_r)|$ при некоторых значениях z_s , которые возрастали по мере погружения объекта в слой. Сильный максимум псевдоимпульса, наблюдаемый во всей двумерной области измерений x_r и y_r , отмечал значение z_s , соответствующее рассеянию от поверхности. Чтобы использовать информативную часть сигнала, выделяемую в псевдоимпульсе при решении обратной задачи, исходное уравнение (5) было трансформировано аналогичным образом:

$$s(k_x, k_y, t) = \int_{\Delta\omega} s(k_x, k_y, \omega) \exp(i\omega t) d\omega, \quad (9)$$

где $t = -2z_s \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon_0} / c$, а интеграл берётся по полосе анализа $\Delta\omega$. Из формулы (9) получается новое уравнение, которое связывает поперечные спектры неоднородности диэлектрической проницаемости и синтезированного псевдоимпульса:

$$s(k_x, k_y, z_s) = \int_{z'} \varepsilon_1(k_x, k_y, z') K_1(k_x, k_y, z', z_s) dz', \\ K_1(k_x, k_y, z', z_s) = K_1(k_x, k_y, z', t = -2z_s \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon_0} / c), \\ K_1(k_x, k_y, z', t) = \int_{\Delta\omega} K(k_x, k_y, z', \omega) \exp(i\omega t) d\omega. \quad (10)$$

Уравнение (10) решалось с использованием метода обобщённой невязки для комплекснозначных функций [3]. Наконец, из решения уравнения (10) в k -пространстве путём обратного фурье-преобразования получается решение задачи томографии — искомая трёхмерная структура комплексной диэлектрической проницаемости:

$$s_1(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_1(k_x, k_y, z) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y. \quad (11)$$

2.2. Голография

На практике подповерхностные неоднородности чаще всего бывают внутренне однородными, т. е. $\varepsilon_1^0 = \text{const}$. Для таких объектов достаточно решить более простую задачу восстановления формы их поверхности, т. е. задачу компьютерной голографии [4], используя полученное из (10) решение задачи томографии $\varepsilon_1(k_x, k_y, z)$ в k -пространстве. Для этого представим границу объекта в сечении $z = \text{const}$ в виде двух функций $x_1(y, z)$ и $x_2(y, z)$, как показано на рис. 2.

Полагая, что функции $x_1(y, z)$ и $x_2(y, z)$ являются однозначными, решение задачи (10) можно представить в виде

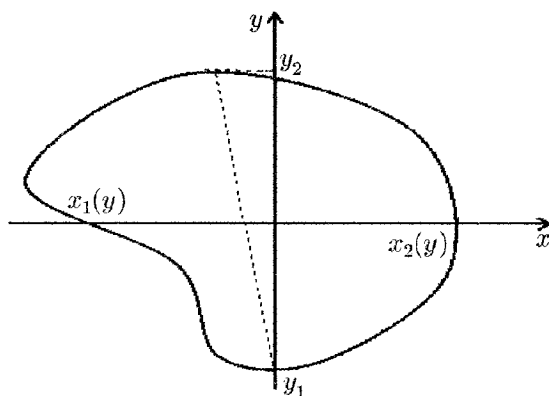


Рис. 2. Граница зондируемого объекта в сечении $z = \text{const}$ в виде функций $x_1(y, z)$ и $x_2(y, z)$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(k_x, k_y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} \varepsilon_1^0 \exp(-ik_x x - ik_y y) dx dy = \\ &= \frac{\varepsilon_1^0}{4\pi^2} \int_{y_1}^{y_2} \exp(-ik_y y) \frac{\exp[-ik_x x_1(y)] - \exp[-ik_x x_2(y)]}{ik_x} dy. \end{aligned} \quad (12)$$

Далее, выполняя фурье-преобразование по k_y ,

$$\varepsilon_1(k_x, y', z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_1(k_x, k_y, z) \exp(ik_y y') dk_y, \quad (13)$$

получаем (после переобозначения $y' \rightarrow y$) комплекснозначное трансцендентное уравнение

$$\varepsilon_1(k_x, y, z) = \frac{\varepsilon_1^0}{2\pi i k_x} \{ \exp[-ik_x x_1(y, z)] - \exp[-ik_x x_2(y, z)] \}, \quad (14)$$

которое эквивалентно системе двух реальных уравнений. Решение последних уравнений позволяет получить форму объекта в виде двух функций $x_1(y, z)$ и $x_2(y, z)$, используя возмущение диэлектрической проницаемости $\varepsilon_1(k_x, y, z)$, полученное из решения (10). Следует отметить, что эта система является переопределённой, поскольку решение может быть получено для каждого значения k_x . Переопределённость является следствием того, что задача голографии поверхности

является более простой по сравнению с задачей томографии. Свобода выбора компоненты k_x позволяет искать пути оптимизации решения уравнения (14), что открывает поле для специальных исследований.

Наш первый опыт оптимизации был основан на выборе оптимального значения этой компоненты. Результаты такой простой оптимизации показали, что лучшие результаты обеспечивает выбор $k_x \approx 2\pi/L_t$, где L_t — оценка характерного размера объекта на основе визуализации поперечного распределения псевдоимпульса. Заметим, что аналогичное (14) уравнение можно получить и для описания поверхности функциями $y_1(x, z)$ и $y_2(x, z)$, решение которого позволяет дополнить и верифицировать результат решения (14).

Здесь важно подчеркнуть, что решение задачи томографии для объектов с резкими границами на основе выражения (11) не позволяет точно восстановить их поверхность — даже пренебрегая погрешностями решения этой некорректной задачи. Дело в том, что разрывные функции не могут быть представлены точно даже сколь угодно длинным рядом Фурье вблизи точек сингулярности градиента, а это представление лежит в самой основе данного метода томографии. В таких точках не выполнен признак Дини для поточечной сходимости, и результаты неизбежно будут искажаться из-за эффекта Гиббса. С учётом погрешностей сглаживание ступенчатых функций при их восстановлении является неизбежным. Поэтому, если априорно известно, что объект является однородным, приходится решать проблему выбора критерия для определения положения резкой границы на сглаженном решении. Собственно, именно таким математически последовательным способом выбора является решение уравнения (14).

3. МНОГОЧАСТОТНАЯ СВЧ ТОМОГРАФИЯ И ГОЛОГРАФИЯ

Развитая теория была реализована в численных алгоритмах и применена в экспериментах, первые результаты которых опубликованы в [4]. Исходными данными для анализа являлись результаты измерений комплексных амплитуд сигнала на 801 частоте в диапазоне 1,7÷7 ГГц в двумерной области x, y над зондируемой подповерхностной неоднородностью с помощью векторного анализатора цепей Agilent E5071B. Сканирующая система состояла из двух идентичных жёстко связанных антенн типа «бабочка» с размерами 3,8 × 5,4 см и с расстоянием между их центрами $\delta y = 7,5$ см в бистатической конфигурации.

Распределение тока на этих широкополосных антеннах сильно локализовано вблизи их центров. Это обстоятельство обеспечивает очень широкий поперечный спектр по волновому вектору, так что для большей части диапазона анализа доминируют компоненты с $\{k_x, k_y\} > 2\pi/\lambda$. Тогда, согласно (1), формируется широкий ближнепольный спектр сигнала и возможно реализовать субволновую разрешающую способность. Теоретически, если пренебречь ошибками данных, глубина такой области высокого разрешения томографии не ограничена; практически она будет определяться только чувствительностью аппаратуры. Таким образом, на практике из-за затухания ближнепольных компонент вглубь зондируемой среды разрешающая способность постепенно уменьшается до уровня, который определяется рэлеевским пределом.

3.1. Численное моделирование

Поскольку в некорректных задачах невозможно получить простое соотношение между погрешностью данных и ошибкой решения и, более того, точность решения зависит от вида восстанавливаемого распределения, численное моделирование задачи на классе типичных (или ожидаемых) объектов зондирования по замкнутой схеме (т. е. расчёт рассеянного поля для моделируемой неоднородности, внесение случайной ошибки, решение обратной задачи по этим «данным изме-

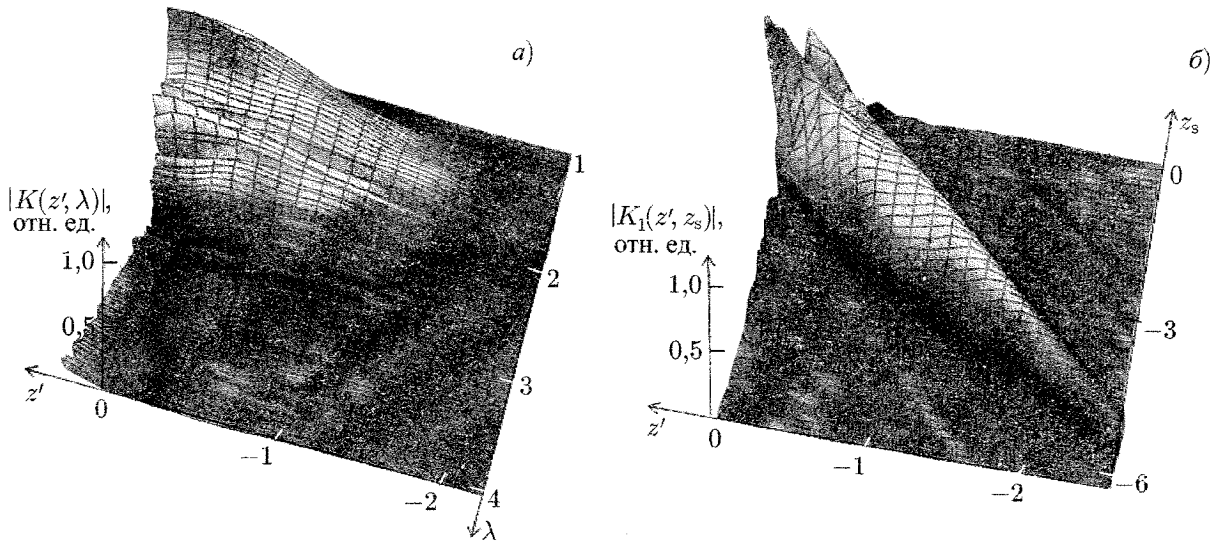


Рис. 3. Панель *a* — ядро уравнения (5) при $k_x = k_y = 2\pi/\lambda_{\min}$, *б* — соответствующее ядро в (10)

рений» и сравнение результата с параметрами заданной неоднородности) является обязательным этапом исследования [6].

Для возможности масштабирования и применения результатов в различных частотных диапазонах в моделировании использовались безразмерные пространственные масштабы, задаваемые в единицах минимальной длины волны анализа λ_{\min} , которая в наших экспериментах составляла $\lambda_{\min} \approx 4$ см. В этом масштабе диапазон длин волн анализа составлял $1 \div 4$, а размеры области двумерного сканирования в плоскости x, y — $7,5 \times 5$. Моделирование выполнялось для среды с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0 = 4 + i0,5$. Аналогично трансформировались и другие пространственные масштабы описанной выше системы.

Поскольку качество решения обратных задач, описываемых интегральными уравнениями Фредгольма 1-го рода, решающим образом определяется видом их ядра, соответствующие расчёты были выполнены для ядра уравнения (5), в котором непосредственно используются много-частотные данные, и для ядра уравнения (10) для синтезированного по ним импульса. На рис. 3 эти ядра показаны для пары значений $k_x = k_y = 2\pi/\lambda_{\min}$.

Легко видеть, что в ядре уравнения (5) на рис. 3*a*, определяющем формирование сигнала на отдельных частотах, доминирует вклад приповерхностного слоя, что и объясняет зашумление поверхностным рассеянием сигнала от заглублённых объектов. Ядро же для синтезированного псевдоимпульса на рис. 3*б* имеет максимумы на различных глубинах, на которых выделяются расположенные вблизи них рассеивающие объекты. Такое ядро, благодаря выраженной глубинной селективности, создаёт кардинально лучшие условия для решения обратной задачи, т. к. оно приближается по свойствам к идеальному ядру — последовательности из δ -функций.

Поскольку для целей обнаружения и локализации подповерхностной неоднородности используется визуализация амплитуды псевдоимпульса не в k -пространстве, а в декартовых координатах по области сканирования, $|s(x_r, y_r, z_s)|$, более полное представление о его формировании можно получить, рассматривая ядро уравнения (8), вычисляемое путём обратного преобразования Фурье ядра в (10),

$$K(X, Y, z_s, z') = \iint_{-\infty}^{+\infty} K_1(k_x, k_y, z', z_s) \exp(ik_x X + ik_y Y) dk_x dk_y,$$

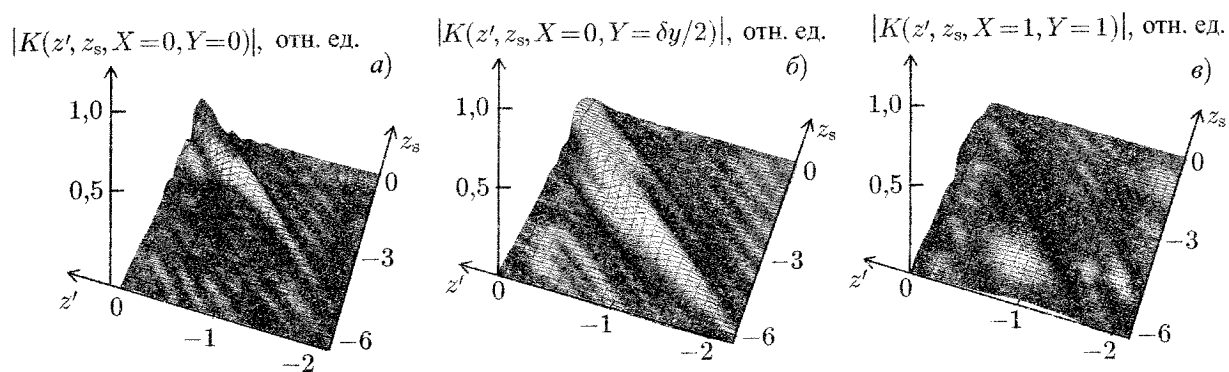


Рис. 4. Ядро уравнения (8) при $X = Y = 0$ (а); $X = 0, Y = \delta y/2 = 0,9$ (б); $X = Y = 1$ (в)

где $X = x_r - x'$, $Y = y_r - y'$.

На рис. 4а показано ядро уравнения (8) для положения приёмника непосредственно над рассеивающим элементом. Можно видеть, что, как и на рис. 3б, имеется высокая селективность псевдоимпульса по отношению к глубинному положению рассеивающего элемента. На рис. 4б показано ядро при нахождении рассеивающего элемента посередине между приёмной и передающей антеннами. В этом случае возрастает зеркальная компонента в рассеянии, что особенно заметно при некотором удалении рассеивающего элемента вглубь от поверхности. В целом, при смещении антенны в сторону от вертикали к рассеивающему элементу наблюдается спад отклика при малых глубинах рассеивающего элемента и его расплывание, как это демонстрирует рис. 4в.

Выполнено численное исследование эффективности алгоритмов томографии и голографии. Расчёты рассеянного сигнала выполнялись в интегрированной среде высокопроизводительных вычислений метакластера Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского. Для моделируемых объектов рассчитывалось рассеянное поле и комплексные амплитуды принимаемого сигнала, в которые вносилась случайная нормально распределённая ошибка со среднеквадратичным отклонением 10 %, и полученные «данные измерений» использовались для анализа. На рис. 5 представлены результаты томографии и голографии моделируемой неоднородности — параллелепипеда с размерами $1 \times 0,75 \times 0,5$ в относительных единицах на глубине $z = -1$, полученные из решения уравнений (10) и (14) соответственно.

Можно видеть, что алгоритмы демонстрируют высокую эффективность, воспроизводя основные параметры, форму и положение моделируемой неоднородности с хорошей точностью. Подчеркнём, что в аналогичном детальном исследовании нуждается каждый конкретный случай применения предложенных методов. Однако численные расчёты не могут надёжно воспроизвести все детали электродинамики реальной измерительной системы, особенно когда объекты не являются слабоконтрастными, поэтому вопрос о степени достоверности получаемых результатов не может быть разрешён без накопления опыта реальных экспериментов.

3.2. Экспериментальные исследования

Эксперименты показали, что для слабо рассеивающих диэлектрических объектов предложенные методы могут быть достаточно эффективны. В значительной степени это достигается тем, что при решении интегрального уравнения (5) можно использовать «эмпирическое» ядро, полученное из эксперимента с тонкими тестовыми объектами с известной формой, располагаемыми с небольшим шагом по требуемому в анализе интервалу глубин. Соответствующий поперечный спектр отклонения диэлектрической проницаемости такого объекта можно представить в виде

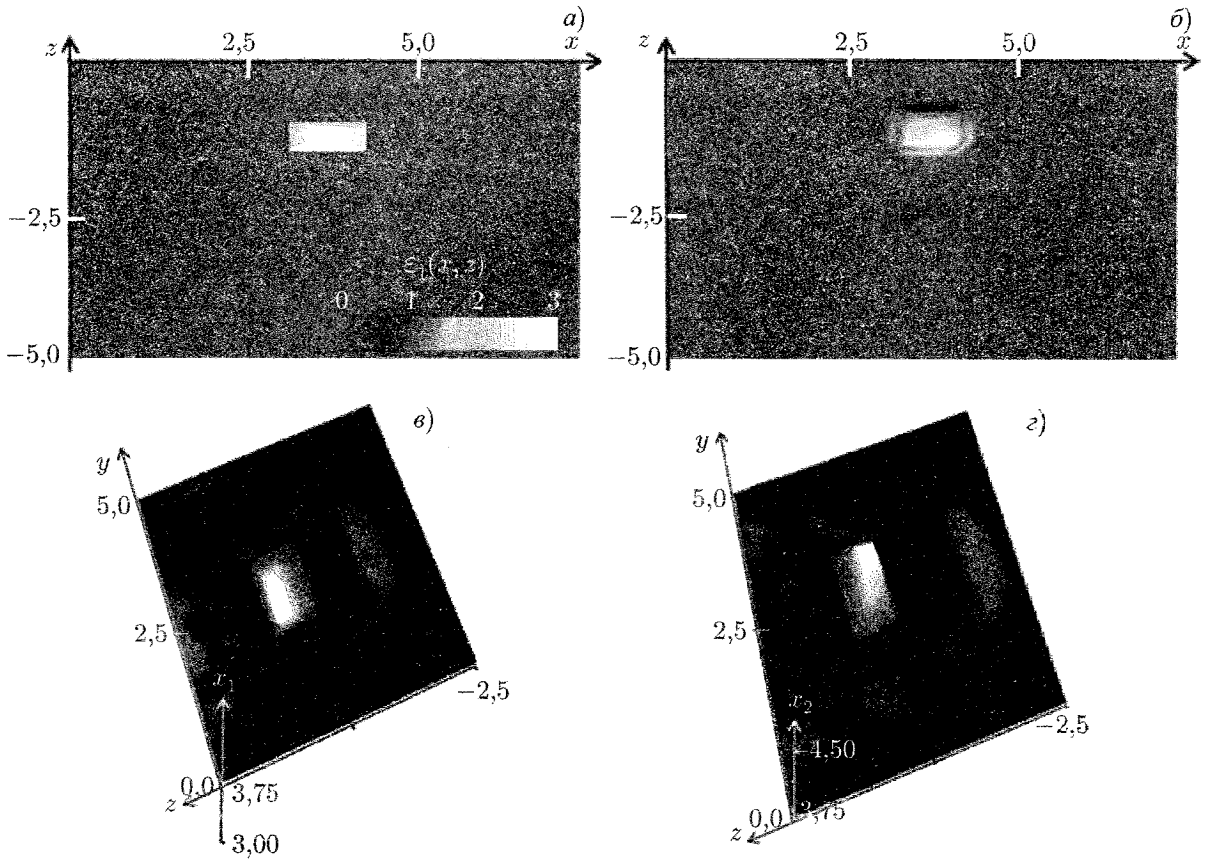


Рис. 5. Моделирование томографии — моделируемый объект в сечении $y = 2,5$ (а) и результат томографии (б) в том же сечении. Моделирование голографии — восстановление границы объекта двумя функциями $x_1(y, z)$ (в, более светлый оттенок соответствует меньшим значениям x_1) и $x_2(y, z)$ (з, более светлый оттенок соответствует большим значениям x_2)

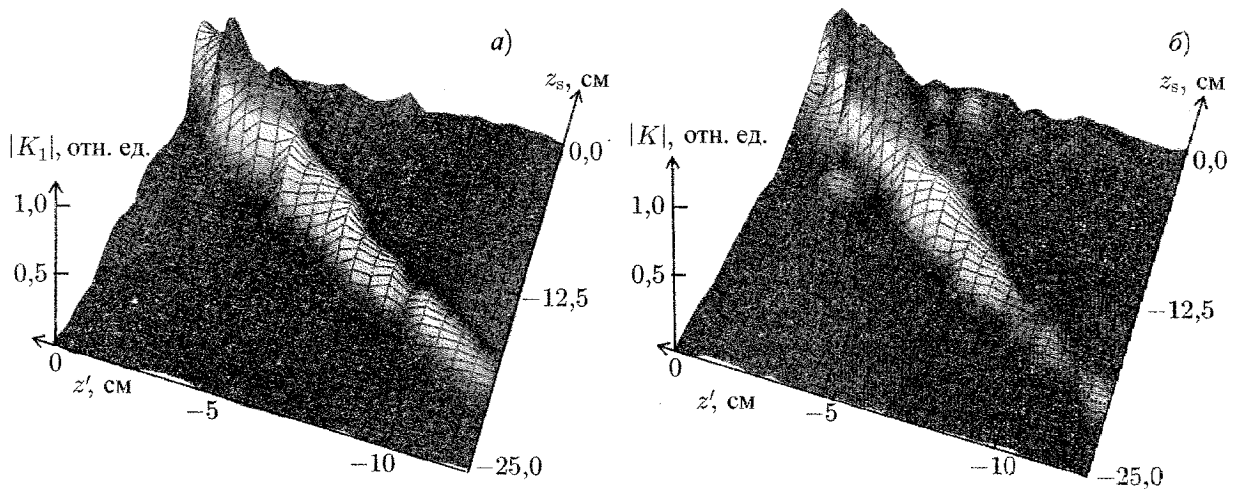


Рис. 6. Панель а — «экспериментальное» ядро $K_1(k_x, k_y, z', z_s)$ в (10) при $k_x = k_y = 2\pi/4 \text{ см}^{-1}$; б — ядро $K(X, Y, z_s, z')$ в (8) при $X = Y = 0$

$\varepsilon_1(k_x, k_y, z') = \varepsilon_t(k_x, k_y) \delta(z' - z_0)$, а функция ядра определяется просто как $K_1(k_x, k_y, z_0, z_s) = s(k_x, k_y, z_s, z_0) / \varepsilon_t(k_x, k_y)$.

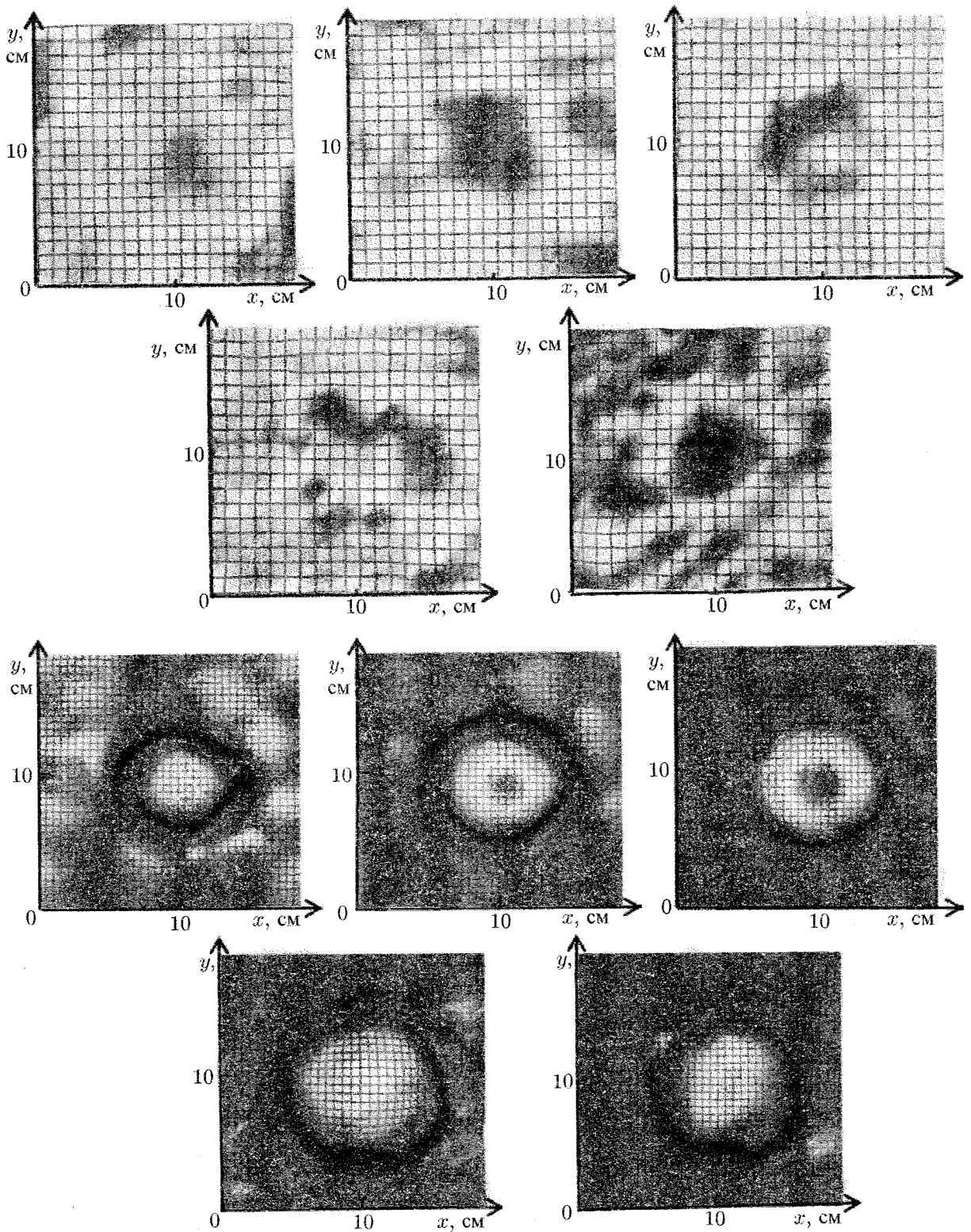


Рис. 7. Два верхних ряда — амплитуды сигнала $|s(f)|$ в области анализа на 5 частотах $f = 1,7; 3,025; 4,35; 5,675; 7$ ГГц (слева направо и сверху вниз) для объекта на глубине $z_t = -7$ см, более тёмные области соответствуют большему уровню сигнала; два нижних ряда — распределения амплитуды псевдоимпульса $|s(z_s)|$ при эффективной глубине рассеяния $z_s = -6; -6,5; -7; -7,5; -8$ см (слева направо и сверху вниз), более светлые области соответствуют большей амплитуде псевдоимпульса

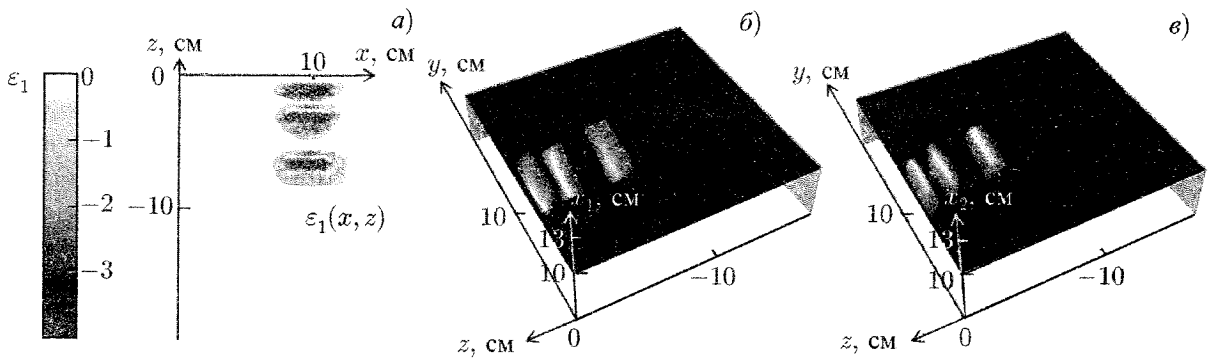


Рис. 7 (продолжение). Панель *a* — результаты подповерхностной СВЧ томографии (вертикальное сечение отклонения диэлектрической проницаемости при $y = 10$ см для объектов на глубинах $z_t = -1, -3, -7$ см); *b, c* — визуализация голографического анализа — поверхность неоднородностей на глубинах $z_t = -1, -3, -7$ см, определённая из уравнения (14) в виде двух функций $x_1(y, z)$ и $x_2(y, z)$, более светлый оттенок соответствует меньшим значениям x_1 и большим значениям x_2

Из теории [3] следует, что интегральное представление сигнала справедливо с некоторой степенью точности и за пределами борновского приближения. Поэтому такое «экспериментальное» ядро естественным образом включает в себя коррекцию, предложенную в [3]. Такие экспериментальные исследования были проведены с использованием тонких диэлектрических пластин, погружённых в песчаную среду. На рис. 6 представлены ядро интегрального уравнения поперечного спектра псевдоимпульса решаемой обратной задачи (10), полученное для пары спектральных компонент $k_x = k_y = 2\pi/4$ см⁻¹, и ядро в соотношении (8) для псевдоимпульса в декартовых координатах для приёмной антенны над рассеивающим элементом ($X = Y = 0$).

Можно видеть хорошее соответствие экспериментальных ядер результатам теоретических расчётов на рис. 3 и 4, что указывает на адекватность теории рассматриваемым условиям.

Были выполнены экспериментальные исследования эффективности предложенных методов в зависимости от глубины и формы зондируемых объектов. Зависимость результатов от глубины исследовалась с тестовыми объектами из пенопласта с размерами $4 \times 4 \times 1$ см, погружёнными в песчаную среду.

На рис. 7 (два верхних и два нижних ряда панелей) приведены результаты измерений — визуализированные распределения амплитуды рассеянного сигнала на 5 из 801 частоты анализа ($f = 1,7; 3,025; 4,35; 5,675; 7$ ГГц) в сравнении с изображениями амплитуд синтезированного псевдоимпульса при 5 значениях параметра эффективной глубины рассеяния ($z_s = -6; -6,5; -7; -7,5; -8$ см) для объекта на одной из глубин $z_t = -7$ см.

Результаты измерений рассеянного сигнала на отдельных частотах, показанные на рис. 7 (верхние ряды), демонстрируют, как рассеяние от поверхности среды сильно зашумляет сигнал, рассеянный от подповерхностного объекта. В то же время на распределениях синтезированного по многочастотным данным псевдоимпульса (нижние ряды на рис. 7) эти компоненты рассеянного сигнала разделяются, и в некотором интервале значений параметра z_s зондируемый объект становится хорошо различим. Можно отметить, что наибольшая амплитуда рассеяния и наилучшая чёткость изображения реализуются при параметре эффективной глубины рассеяния, соответствующим глубине закладки объекта. Это позволяет качественно оценить поперечную и глубинную локализацию объекта, что очень важно для решения обратной задачи, а также использовать в решении уравнения (10) данные из интервала значений z_s , где рассеяние от объекта сильнее шумов (в информативном диапазоне).

На рис. 7 (продолжение) показаны результаты голографического и томографического анализа на основе решения уравнений (10) и (14) для объекта на глубинах $z_t = -1; -3; -7$ см. В анали-

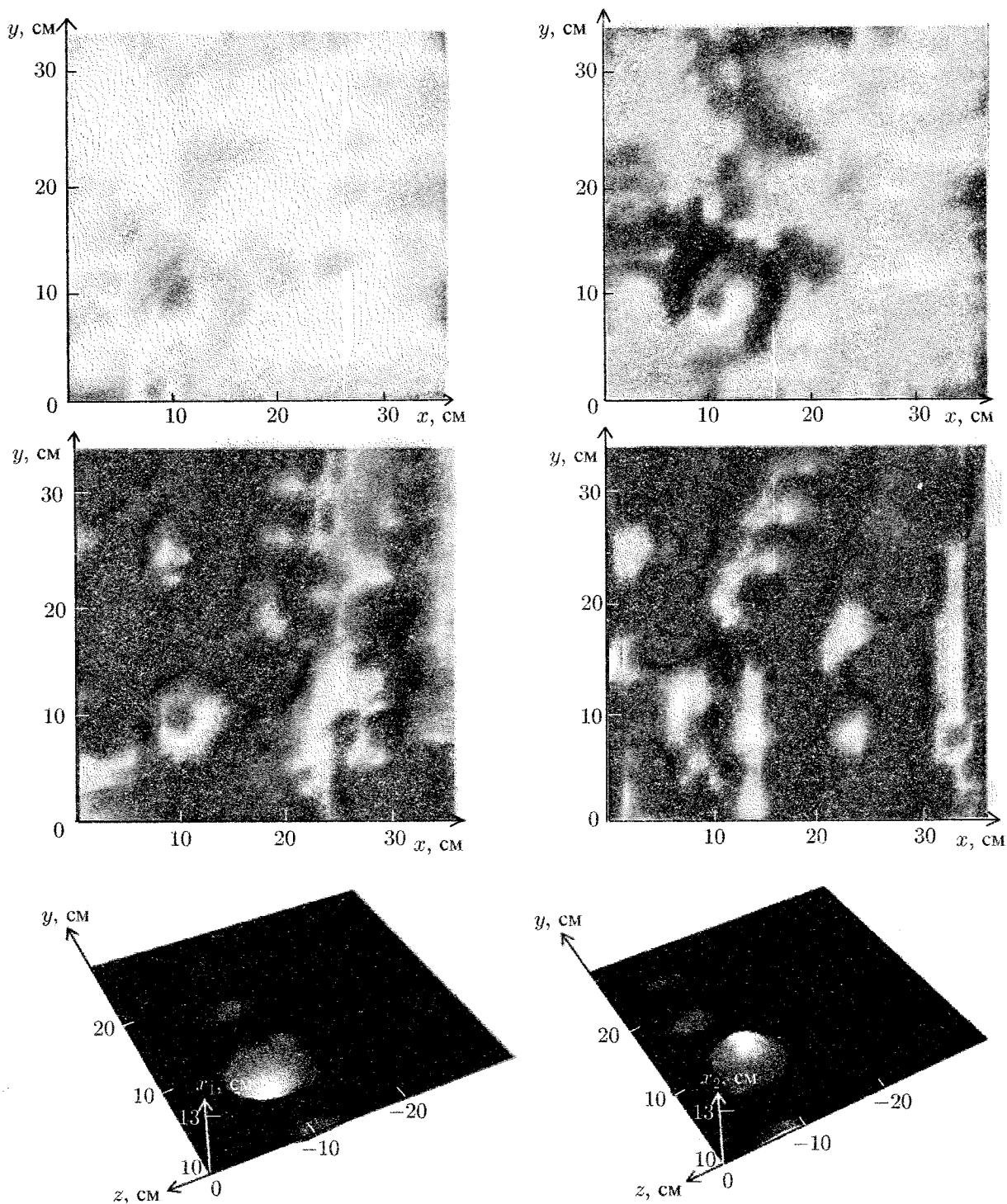


Рис. 8. Два верхних ряда — распределения амплитуды псевдоимпульса $|s|$ при параметре эффективной глубины рассеяния $z_s = -4, -5, -6, -10$ см (слева направо и сверху вниз). Нижний ряд — визуализация голографического анализа — поверхность объекта, определённая из уравнения (14) в виде двух функций $x_1(y, z)$ и $x_2(y, z)$, более светлый оттенок соответствует меньшим значениям x_1 и большим значениям x_2

зе использовались распределения псевдоимпульса в диапазоне $-0,5 \leq z_s[\text{см}] \leq -10$. Область анализа в k -пространстве составляла $-8\pi \leq k_x[\text{см}^{-1}] \leq 8\pi$, $-8\pi \leq k_y[\text{см}^{-1}] \leq 8\pi$. Результаты демонстрируют хорошую (не хуже 20 %) точность в определении параметров, положения и формы объектов на разных глубинах.

Можно видеть, что по мере удаления объекта к границам ближней зоны для наибольшей длины волны его изображение постепенно расплывается, но в целом качество томографического и голографического анализа остаётся весьма удовлетворительным.

Метод исследовался для объектов с разной формой и составом. На рис. 8 представлены результаты исследований для эпоксидного объекта с шарообразной формой с диаметром 6 см на глубине $z_t = -4$ см (бильярдный шар), довольно близкого по диэлектрической проницаемости к окружающей песчаной среде ($\epsilon \approx 5$).

Можно видеть, что при весьма малом различии диэлектрических проницаемостей объекта и среды визуализированный объект не так хорошо различим, как в случае, представленном на рис. 7. Однако малое отличие диэлектрических проницаемостей обеспечивает лучшее выполнение условий борновского приближения, и результаты демонстрируют хорошее восстановление формы и определение положения зондируемого слабоконтрастного диэлектрического объекта.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе численного моделирования и экспериментальных исследований продемонстрирована эффективность развитых методов СВЧ томографии и голографии, их хорошие поперечная к лучу зрения и глубинная разрешающие способности для слабоконтрастных по диэлектрической проницаемости подповерхностных неоднородностей. Вместе с тем большие усилия должны быть сосредоточены на исследованиях границ применимости методов для более контрастных объектов, объектов со сложной формой, а также в средах с существенным поглощением и большими значениями диэлектрической проницаемости, таких как, например, водная или биологическая. Скорее всего, это потребует новых подходов к решению обратной задачи за пределами применимости борновского приближения, а также перехода в более длинноволновый диапазон. Вместе с тем такие исследования весьма перспективны для приложений в дефектоскопии, анализе георадарных данных и, в особенности, в медицинских приложениях, где как раз слабоконтрастные проявления различных патологий представляют повышенный интерес. Разработанные методы могут быть без существенных изменений алгоритмов перенесены для решения задач геомагнитного или акустического зондирования (см., например, [1, 7]).

Исследования были выполнены при поддержке РФФИ (гранты 12-02-90028-Бел, 13-07-97028_р_поволжье, 13-02-12155_офи_м), БРФФИ (проект T12P-133), а также программы ОФН РАН IV.13.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gaikovich K. P. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98, No. 18. Art. no. 183902.
2. Carney P. S., Markel V. A., Schotland J. C. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86, No. 26. P. 5874.
3. Gaikovich K. P., Gaikovich P. K. // Inverse Problems. 2010. V. 26, No. 12. Art. no. 125013.
4. Gaikovich K. P., Gaikovich P. K., Maksimovitch Ye. S., Badeev V. A. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 108, No. 16. Art. no. 163902.
5. Razevig V. V., Ivashov S. I., Sheyko A. P., et al. // Electromag. Res. Lett. 2008. V. 1. P. 173.

6. Gaikovich K. P. Inverse problems in physical diagnostics. New York: Nova Science Publishers Inc., 2004.
7. Гайкович П. К., Хилько А. И., Гайкович К. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54, № 6. С. 431.

Поступила в редакцию 3 апреля 2014 г.; принята в печать 30 июня 2014 г.

NEAR-FIELD TOMOGRAPHY AND HOLOGRAPHY OF LOW-CONTRAST SUBSURFACE OBJECTS

K. P. Gaikovich and E. S. Maksimovich

We develop a new method for electromagnetic computer tomography of distributed subsurface inhomogeneities and holography (i.e., restoration of the form) of internally homogeneous subsurface objects. The method is based on solving of the inverse problem of near-field scattering basing on the data of multi-frequency measurements of the two-dimensional distribution of complex scattered-field amplitudes along the medium surface over the region of inhomogeneities.

