К.П.ГАЙКОВИЧ

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ТЕОРИЯ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА И ТЕПЛОВОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ СРЕДЫ СО СЛУЧАЙНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

На основе результатов совместного решения уравнений переноса теплового радиоизлучения и температуропроводности в [1] была развита теория, позволяющая определять динамику температурного распределения среды (полупространства) по динамике его теплового радиоизлучения. Далее, используя линейность интегральных соотношений, в [2] были получены общие соотношения, выражающих ковариационные функции профиля температуры $T(z)$ и яркостной температуры $T_я$ через статистические параметры температуры T_0 на границе полупространства $z \leq 0$, которая рассматривается в данном случае как случайная стационарная функция времени. Поскольку полученные соотношения представляют собой свертку, представлялось естественным применить в анализе спектральный подход. В результате удалось получить существенно более простые выражения для статистических параметров в виде однократных интегралов.

Пусть граничное условие для температуры - случайная функция с заданным средним значением $\langle T_0\rangle$, среднеквадратичным отклонением σ_{T0} и автоковариационной функцией $B_{T0T0}(\tau) = \langle (T_0(t)-\langle T_0\rangle)(T_0(t+\tau)-\langle T_0\rangle)\rangle$ со спектром мощности $\Phi_{T0T0}(\omega)$.

Для такой среды все статистические параметры теплового режима и излучения могут быть получены из трех ковариационных функций: межуровневой ковариационной функции температуры $B_{T1T2}(z_1,z_2,\tau)$, межволновой ковариационной функции яркостной температуры $B_{Tя1Tя2}(\lambda_1,\lambda_2,\tau)$ и совместной ковариационной функции $B_{TяT}(\tau)$ между яркостной температурой и температурой на уровне z. Эти харктеристики определяются коэффициентами поглощения излучения $\gamma(\lambda)$ (λ - длина волны) и температуропроводности a^2 среды:

$$B_{T1T2}(z_1,z_2,\tau) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\pi} exp\left(- \frac{\sqrt{2\omega}}{a}\, \frac{|z_1|+|z_2|}{2}\right) cos\left(\omega\tau + \frac{\sqrt{2\omega}}{a}\, \frac{|z_1|-|z_2|}{2}\right) \Phi_{T0T0}(\omega)\, d\omega \qquad (1)$$

$$B_{Tя1Tя2}(\lambda_1,\lambda_2,\tau)=\int_0^{\infty} \frac{1}{\pi}\, \frac{cos(\omega\tau)\left[1+\frac{\sqrt{2\omega}}{2a}\left(\frac{1}{\gamma_1}+\frac{1}{\gamma_2}\right)+\frac{\omega}{a^2\gamma_1\gamma_2}\right] + sin(\omega\tau)\,\frac{\sqrt{2\omega}}{2a}\left(\frac{1}{\gamma_2}-\frac{1}{\gamma_1}\right)}{\left(1+\frac{\sqrt{2\omega}}{\gamma_1 a}+\frac{\omega}{(\gamma_1 a)^2}\right)\left(1+\frac{\sqrt{2\omega}}{\gamma_2 a}+\frac{\omega}{(\gamma_2 a)^2}\right)}\, \Phi_{T0T0}(\omega)\, d\omega \qquad (2)$$

$$B_{\text{ТяТ}}(\tau) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\pi} \frac{\cos\left(\omega\tau - \frac{|z|}{a}\frac{\sqrt{2\omega}}{2}\right) - \frac{\sqrt{2\omega}}{2\gamma a}\left[\sin\left(\omega\tau - \frac{|z|}{a}\frac{\sqrt{2\omega}}{2}\right) - \cos\left(\omega\tau - \frac{|z|}{a}\frac{\sqrt{2\omega}}{2}\right)\right]}{1 + \frac{\sqrt{2\omega}}{\gamma a} + \frac{\omega}{(\gamma a)^2}} e^{-\frac{|z|}{a}\frac{\sqrt{2\omega}}{2}} \Phi_{T_0T_0}(\omega)\, d\omega \qquad (3)$$

Соотношения (1-3) определяют величины дисперсий температуры и яркостной температуры $\sigma_{\text{Т}}^2(z) = B_{\text{Т}_1\text{Т}_2}(z,z,0)$, $\sigma^2_{T_я}(\lambda) = B_{\text{Тя}1\text{Тя}2}(\lambda,\lambda,0)$, автоковариационных функций $B_{\text{ТТ}}(z,\tau) = B_{\text{Т}_1\text{Т}_2}(z,z,\tau)$, $B_{\text{ТяТя}}(\lambda,\tau) = B_{\text{Тя}1\text{Тя}2}(\lambda,\lambda,\tau)$ и соответствующих корреляционных функций $R_{\text{Т}_1\text{Т}_2}(z_1,z_2,\tau) = B_{\text{Т}_1\text{Т}_2}(z_1,z_2,\tau)/(\sigma_{\text{Т}}(z_1)\sigma_{\text{Т}}(z_2))$, $R_{\text{Тя}1\text{Тя}2}(\lambda_1,\lambda_2,\tau) = B_{\text{Тя}1\text{Тя}2}(\lambda_1,\lambda_2,\tau)/(\sigma_{T_я}(\lambda_1)\sigma_{T_я}(\lambda_2))$, $R_{\text{ТяТ}}(\tau) = B_{\text{ТяТ}}(\tau)/(\sigma_{T_я}(\lambda)\sigma_{\text{Т}}(z))$. Для экспоненциальной ковариационной функции $B_{\text{Т}_0\text{Т}_0}(\tau) = \sigma^2 \exp(-\tau/\tau_0)$ со спектром $\Phi_{\text{Т}_0\text{Т}_0}(\omega) = \frac{2\sigma^2}{\tau_0\left[\omega^2 + \left(\frac{1}{\tau_0}\right)^2\right]}$ некоторые параметры могут быть выражены в явном виде. В частности,

$$\sigma^2_{T_я} = \sigma^2\left(\frac{4\alpha^2}{\pi}\frac{\ln\alpha}{\alpha^4 - 1} + \frac{\alpha^2(\alpha - 1)}{(\alpha^2+1)(\alpha+1)}\right) , \qquad (4)$$

$$B_{T_яT_0}(\tau) = \sigma^2 \frac{\alpha}{1+\alpha} e^{-\left|\frac{\tau}{\tau_0}\right|}, \quad \tau \geq 0 , \qquad (5)$$

$$B_{TT_0}(\tau) = \sigma^2 e^{-\left|\frac{z}{L}\right| - \frac{\tau}{\tau_0}}, \quad \tau \geq 0 , \qquad (6)$$

где τ_0 - время корреляции, $\alpha = \sqrt{\frac{\tau_0}{\Gamma}}$, $\Gamma = 1/(\gamma a)^2$, $L = a\sqrt{\tau_0}$, T_0 - поверхностная температура. Величина L определяет характерное расстояние проникновения случайных температурных вариаций в толщу среды. Наиболее интерсным предсталяется то, что максимум корреляции параметров достигается со сдвигом во времени, поскольку ковариационные функции не симметричны относительно $\tau = 0$.

Для средних значений из единичной нормировки интегральных соотношений следует $\langle T(z)\rangle = \langle T_0\rangle$, $\langle T_я\rangle = \langle T_0\rangle$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант N 96-02-16514.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gaikovich K.P. Simultaneous solution of emission transfer and thermal conductivity equations in the problems of atmosphere and subsurface radiothermometry.- IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, 1994, v.32, No.4, p.885-889.

2. K.P.Gaikovich. Stohastic approach to results of simultaneous solution of emission transfer and thermal conductivity equations.- Digest of IGARSS'95, Florence, Italy (10-14 July, 1995), v.1, pp. 38-40.