

УДК 621.371:526.2+551.526+528.81Н551.501

**СОВМЕСТНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕНОСА
ИЗЛУЧЕНИЯ
И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ЗАДАЧАХ
РАДИОТЕПЛООВОГО ЗОНДИРОВАНИЯ
АТМОСФЕРЫ И ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ**

К. П. Гайкович

Совместное решение уравнений переноса излучения и теплопроводности используется для разработки радиометрических методов контроля динамики температурного профиля и теплового потока в пограничном слое атмосферы и поверхностном слое грунта.

Дистанционный радиометрический контроль динамики температурного распределения и теплообмена в системе атмосфера-подстилающая поверхность представляет интерес для решения задач физики атмосферы, метеорологии и распространения радиоволн. Определение высотного температурного профиля $T(z)$ в пограничном слое атмосферы по радиотепловому излучению осуществляется на основе решения уравнения переноса излучения в полупространстве $z > 0$:

$$T_{\text{я}}^{\downarrow}(\vartheta) = \frac{1}{\sin \vartheta} \int_0^{\infty} T(z) \gamma e^{-\gamma z / \sin \vartheta} dz, \quad (1)$$

где γ - коэффициент поглощения, а $T_{\text{я}}^{\downarrow}(\theta)$ - яркостная температура нисходящего теплового радиоизлучения атмосферы на частоте в резонансе кислородной линии (около 60 ГГц) в зависимости от угла места. При подповерхностном термическом зондировании используются измерения в надир спектральной зависимости восходящего теплового радиоизлучения грунта $T_{\text{я}}^{\uparrow}(\lambda)$ (λ - длина волны) в ММ-ДМ диапазонах, и температурный профиль определяется из решения уравнения, аналогичного (1):

$$T_{\text{я}}^{\uparrow}(\lambda) = (1 - R) \int_{-\infty}^0 T(z) \gamma(\lambda) e^{\gamma z} dz, \quad (2)$$

где R - коэффициент отражения полупространства $z \leq 0$, λ - длина волны. Толщина зондируемого слоя определяется величиной скин-слоя $d = 1/\gamma$ и составляет около 300 м в атмосфере и единицы-десятки см в грунте.

Уравнения (1), (2) представляют собой интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода, решение которых невозможно без привлечения дополнительной информации о $T(z)$. Метод восстановления профиля температуры в пограничном слое атмосферы был разработан в [1,2], а подповерхностного профиля - в [3-6]. В этих работах алгоритмы решения (1) и (2) основаны на применении метода А.Н.Тихонова, где используется информация о принадлежности $T(z)$ к классам квадратично суммируемых или дифференцируемых функции. Точность восстановления профилей составила 0,3 - 0,5 К.

Новые возможности для решения задачи открываются, если в качестве дополнительной информации использовать тот факт, что распределение температуры не произвольно, а удовлетворяет уравнению теплопроводности для определенных граничных условий. Это позволяет ввести в рассмотрение зависимость яркостной температуры от времени и получить точное аналитическое решение задачи температурного зондирования. Совместное решение уравнений переноса излучения и теплопроводности представляет собой довольно сложную задачу и было получено не сразу. На первом этапе динамику теплового радиоизлучения пространства удалось выразить через граничные условия на поверхности (эволюцию температуры $T_0(t)$ или теплового потока $J_0(t)$) [3]. Позднее полученные уравнения удалось решить сначала численно [5], а потом и аналитически [6].

1. Исходные уравнения. Из уравнений, полученных в [6], динамика температурного профиля в пограничном слое атмосферы определяется по предшествовавшей эволюции яркостной температуры соотношением:

$$T(z, t) = \int_{-\infty}^t T_n^1(\tau) e^{-\frac{z^2}{4a^2(t-\tau)}} \left[z + \frac{\sin \vartheta}{\gamma} \left(\frac{z^2}{2a^2(t-\tau)} - 1 \right) \right] \frac{d\tau}{\sqrt{4a^2(t-\tau)^3}}, \quad (3)$$

где a^2 - коэффициент температуропроводности, $z \geq 0$.

Аналогичное соотношение для поверхностного слоя грунта ($z \leq 0$):

$$T(z, t) = (1 - R) \int_{-\infty}^t T_n^1(\tau) e^{-\frac{z^2}{4a^2(t-\tau)}} \left[\frac{1}{\gamma} \left(\frac{z^2}{2a^2(t-\tau)} - 1 \right) - z \right] \frac{d\tau}{\sqrt{4a^2(t-\tau)^3}}. \quad (4)$$

В [6] было получено также выражение для определения теплового потока через поверхность $z \rightarrow 0$, которое для случаев использования нисходящего и восходящего излучения имеет вид:

$$J_0(t) = \frac{c \sin \vartheta}{\gamma} \left[T_n^1(t) + \frac{\gamma a}{\sin \vartheta} \int_{-\infty}^t T_n^1(\tau) \frac{d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} \right], \quad (5)$$

$$J_0(t) = \frac{c}{\gamma(1-R)} \left[T_n^1(t) + \gamma a \int_{-\infty}^t T_n^1(\tau) \frac{d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} \right], \quad (6)$$

где c - теплоемкость (в (5) - воздуха при постоянном давлении; в (6) - грунта), T_n^1 - производные яркостной температуры по времени.

Важно отметить, что значения выражений (3), (4) при $z = 0$ нельзя определять простой подстановкой, поскольку интегралы имеют особенность при $t = 0$. Соответствующие соотношения имеют вид:

$$\begin{aligned} T_0(t) &= T_n^1(t) + \frac{\sin \vartheta}{\gamma a} \int_{-\infty}^t T_n^1(\tau) \frac{d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} = \\ &= T_n^1(t) - \frac{\sin \vartheta}{\gamma a} \int_{-\infty}^t (T_n^1(\tau) - T_n^1(t)) \frac{d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)^3}}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 T_0(t) &= \frac{1}{1-R} \left[T_n^{\uparrow}(t) + \frac{1}{\gamma a} \int_{-\infty}^t T_n^{\uparrow}(\tau) \frac{d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} \right] = \\
 &= \frac{1}{1-R} \left[T_n^{\uparrow}(t) - \frac{1}{\gamma a} \int_{-\infty}^t (T_n^{\uparrow}(\tau) - T_n^{\uparrow}(t)) \frac{d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} \right]. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Сразу обращает на себя внимание возможность определения из (7) или (8) параметра γa в случае независимых (прямых или ИК) измерений поверхностной температуры $T_0(t)$. Для атмосферы, когда величина γ практически точно известна, тем самым открывается возможность определять коэффициент турбулентной теплопроводности a^2 в зондируемом слое. При измерениях грунта величина γ также с хорошей точностью определяется по данным о его составе, что позволяет и в этом случае определять величину теплопроводности. Отметим также, что для заданного состава грунта величина обоих параметров определяется только влагосодержанием, поэтому из (8) можно получить независимую оценку этой величины.

Уравнения (3)-(6) открывают возможность мониторинга системы атмосфера-подстилающая поверхность по измерениям динамики яркостной температуры только на одной длине волны (угле места), причем интервал зондирования не ограничивается толщиной скин-слоя, а определяется только длительностью наблюдений. Нижний предел в (3)-(8) заменяется на некоторое конечное время t^* такое, что за время $\Delta t = t - t^*$ затухает влияние более ранних моментов времени.

Из решения уравнения теплопроводности можно оценить интервал времени, в течение которого затухает влияние предыстории в эволюции граничных условий на поверхности на текущие значения профиля температуры. Так, полагая, что в момент t^* произошло изменение поверхностной температуры на величину ΔT_0 , имеем, что соответствующее приращение температуры в точке z в момент $t = t^* + \Delta t$ составит

$$\Delta T(z, t) = \Delta T_0 \operatorname{erf} \left(\frac{2a \sqrt{\Delta t}}{z} \right). \quad (9)$$

При $\Delta t = 3,5z^2/a^2$ $\Delta T = 0,99 \Delta T_0$. То есть время интегрирования, необходимое для достижения некоторой заданной точности (в данном случае лучше 99%), пропорционально квадрату толщины зондируемого слоя. Существует также характерное время, в течение которого эволюция граничных условий полупространства формирует наблюдаемое значение яркостной температуры и за которое влияние условий в более отдаленные моменты времени становится пренебрежимо малым. Это характерное время определяется параметром среды

$$\Gamma = \begin{cases} \frac{\sin^2 \theta}{(\gamma a)^2} & \text{(для атмосферы),} \\ \frac{1}{(\gamma a)^2} & \text{(для грунта).} \end{cases} \quad (10)$$

Смысл параметра Γ состоит в том, что за время $\Delta t = 3,5 \Gamma$ профиль температуры с точностью 99% сформируется на толщине скин-слоя d . Для атмосферы $d = \sin \theta / \gamma$, а для грунта $d = 1/\gamma$.

2. Восстановление тепловой динамики пограничного слоя атмосферы по измерениям яркостной температуры на частоте 60 ГГц. Пограничный слой атмосферы - это слой, характеристики которого, в частности, температурный режим, формируются под влиянием условий на земной поверхности. Толщина этого слоя, обычно составляющая несколько сот метров, существенно зависит от конкретных условий. Применимость приведенных ниже уравнений в данном случае предполагает выполнение условий постоянства параметров среды γ и a^2 как по высоте, так и во времени, а также малость влияния процессов адвекции и выделения скрытой теплоты. При измерениях в центре линии O_2 г на частоте около 60 ГГц условие постоянства γ выполнено с высокой точностью в высотном интервале, где формируется излучение. Величина коэффициента турбулентной теплопроводности a^2 является гораздо более изменчивой и обычно возрастает с ростом высоты. Наиболее резко величина a^2 возрастает на первых нескольких метрах от поверхности, поэтому намерения целесообразно выполнять с некоторой высоты над поверхностью зондировать по возможности более тонкий слой атмосферы на низких углах места. Для атмосферы толщина скин-слоя, в котором формируется излучение (см. выше) меняется в зависимости от угла места θ от 0 до 300 м.

Первый этап предлагаемой методики состоит в определении коэффициента (7«) из уравнения (7), используя измерения $T^{\downarrow}(t)$ и динамики температуры на уровне антенны радиометра $T_0(t)$. Затем, пользуясь тем, что величина γ точно известна, определяется коэффициент a^2 и далее оценивается время интегрирования Δt , необходимое для определения температуры в зондируемом слое. Наконец, из (3), (5) определяется динамика температурного профиля и теплового потока.

Для проверки методики использовались данные радиометрических измерений в процессе формирования ночной приподнятой инверсии температуры (результаты восстановления профиля $T(z)$ по угловой зависимости $T_{\gamma}^{\downarrow}(\theta)$ из решения (1) методом А.Н.Тихонова для этого случая опубликованы в [2]). Инверсия развивалась в процессе ночного выхолаживания, начиная с почти изотермического профиля $T(z)$ — 288,5 К в момент $t = 22^{\text{h}}$ местного времени. На рис.1 представлены результаты анализа. Кривые 1 и 2 на рис.1а - соответственно $T_{\gamma}^{\downarrow}(\theta)$ на угле места $\theta = 5^{\circ}$ и $T_0(t)$, Пунктир - $T_0(t)$, вычисленная из (7) при значении $a^2 = 7,0 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{с}$. При данном значении a^2 минимизируется среднеквадратичное отклонение восстановленной зависимости $T_0(t)$ от измеренной. Степень близости, до которой удастся согласовать эти зависимости, характеризует выполнение сформулированных выше необходимых условий применимости метода. На рис.1б сплошной кривой представлен профиль температуры, восстановленный из (3) для момента $t = 0^{\text{h}}45^{\text{m}}$. До высоты $z \approx 100$ м этот профиль хорошо согласуется с профилем, восстановленным в [2] на основе метода А.Н.Тихонова (пунктирная кривая 2 на рис. 1б). Пунктирной кривой на рис.1б представлен исходный квазиизотермический профиль для момента 22^{h} , Легко оценить, что профиль в более высоких слоях не мог определяться изменениями $T_0(t)$ за анализируемый период $\Delta t = 2,5^{\text{h}}$ ч, следовательно, формировался под влиянием процессов адвекции или вы-

деления скрытой теплоты. Таким образом, сравнение результатов угломестного зондирования и предложенной методики позволяет определить высоту пограничного слоя, в котором формирование температуры определяется влиянием поверхности.

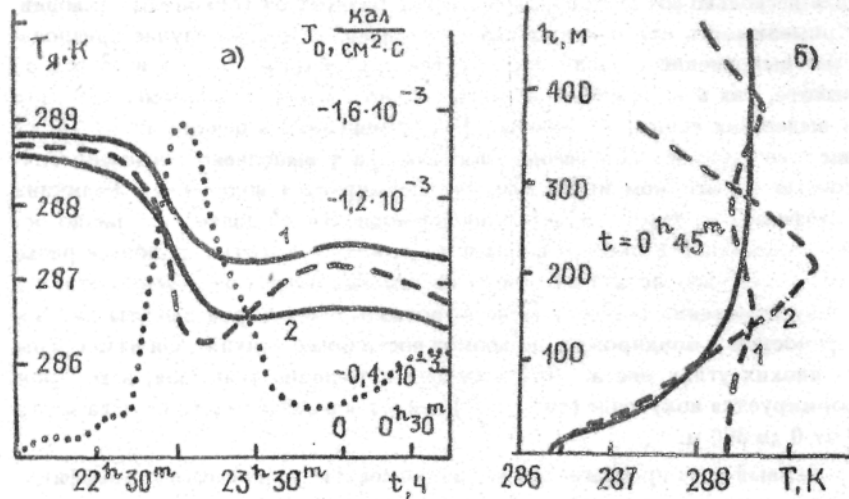


Рис. 1:

Представленный пример удобен тем, что начальное распределение температуры было близко к изотермическому, что исключает влияние предыстории на результаты восстановления. Однако, как правило, такое влияние необходимо учитывать, что удлиняет время наблюдений. Так, при угле места $\theta = 5^\circ$ толщина скин-слоя $d = 25$ м, $\Gamma = 0,25^b$ и Δt (99%) = $3,5 \Gamma = 0,9^h$. То есть время, за которое затухает влияние предыстории на формирование яркостной температуры составляет около одного часа. Для яркостной температуры на угле места $\theta = 15^\circ$ это время составляет уже около 7^h . Температура на высоте 100 м формируется под влиянием поверхности за время $\Delta t = 14^h$ (при данном значении a^2). Таким образом, зондирование должно осуществляться по возможности на малых углах места. Следует отметить также, что параметр a^2 может принимать значения в весьма широком диапазоне, поэтому приведенные оценки для других ситуаций могут измениться.

На рис.1а точками представлена определенная из (4) динамика теплового потока $J_0(t)$ которая указывает на наличие резкого максимума в процессе ночного радиационного выхолаживания. Поток тепла направлен из атмосферы в почву, которая быстро охлаждается за счет излучения в ИК диапазоне. Эти результаты представляют особый интерес в свете известных трудностей существующих методов определения теплового потока, предполагающих измерение температуры на нескольких высотах.

3. Радиометрический контроль теплового режима поверхностного слоя грунта. Рассматриваемый случай отличается от зондирования атмосферы прежде всего толщиной скин-слоя, на котором фор-

мируется получение. Эта толщина определяется в основном влагосодержанием и составляет обычно в ММ-ДМ диапазонах величину порядка длины волны. В абсолютно сухом грунте (как, например, в лунном) толщина скин-слоя составляет порядка 10 - 15 длин волн. Таким образом, обычно получение формируется в слое толщиной несколько см. Необходимые условия однородности параметров среды по глубине и стационарности для случая грунта выполняются чаще, чем в атмосфере, и эти условия легче контролировать.

Разработка радиометрических методов контроля теплового режима грунта представляет интерес в связи с трудностями прямых намерений, которые требуют стационарных оборудованных площадок, где в грунт вкапываются термометры или датчики. Особенно сложны намерения теплового потока, предполагающие намерение температурного градиента в тонком поверхностном слое, из-за чувствительности к нарушениям структуры среды и размерам датчиков.

Методика радиометрических намерений грунта была разработана в [3-4]. Намерения выполнялись на длинах волн 0,8; 3; 9 и 13 см, причем антенная система размещалась под плоским металлическим экраном, что позволяло устранить влияние отражения от поверхности и подповерхностного рассеяния. При таких измерениях в уравнении (2) следует положить $R = 0$, что исключает наибольшую неопределенность при интерпретации измерений, связанную с неточным знанием параметра R и вклада в излучение переотраженного нисходящего излучения. Далее, по измеренной зависимости $T_{\text{я}}^{\uparrow}(\lambda)$ методом А.Н.Тихонова восстанавливался профиль $T(z)$.

Результаты этих же измерений используются здесь для восстановления суточной динамики температуры и теплового потока на основе уравнений (4), (6), (8), в которых, естественно, тоже следует положить $R = 0$. Из (8) по измерениям $T_{\text{я}}^{\uparrow}(\lambda)$ и поверхностной температуры $T_0(t)$ определялась величина (γa) , далее по параметрам грунта согласно [7] определялась величина γ и вычислялось значение коэффициентов a^2 и Γ .

На рис.2, 3 представлены результаты анализа для длин волн 0,8 и 3 см. На рис.2а, 3а кривая 1 - зависимость $T_{\text{я}}^{\uparrow}(\lambda)$, кривая 2 - результаты прямого измерения динамики $T_0(t)$. Пунктир - $T_0(t)$ из (8) при значении $a^2 = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$, минимизирующем отклонение от измеренной зависимости $T_0(t)$. Точки - динамика теплового потока $J_0(t)$, определенная из (6). На рис.2б, 3б - профиль $T(z)$, определенный из (4) для конечного момента наблюдений - $12^{\text{h}}20^{\text{m}}$. Период анализа охватывает интервал времени, начиная с 16^{h} предыдущих суток.

Можно видеть, что на интервале времени $\Delta t \approx 10^{\text{h}}$ наблюдается расхождение между измеренной и восстановленной зависимостью $T_0(t)$ на длине волны 3 см (рис.3а) и между динамикой потока тепла $J_0(t)$, определенной по измерениям на 0,8 см и $J_0(t)$, определенной по измерениям на $\lambda = 3$ см. Это расхождение объясняется влиянием тепловой предыстории на формирование яркостных температур. Действительно, оценки показывают, что при $\lambda = 0,8$ см характерное время $\Gamma = 0,14^{\text{h}}$, а при $\lambda = 3$ см $\Gamma = 2,3^{\text{h}}$. Учитывая, что влияние предыстории затухает за $\Delta t = 3,5 \Gamma$, оказывается что для длины волны 3 см это время примерно согласуется с периодом на-

блюдаемых отклонений, в более поздние моменты результаты на 0,8 и 3 см практически совпадают.

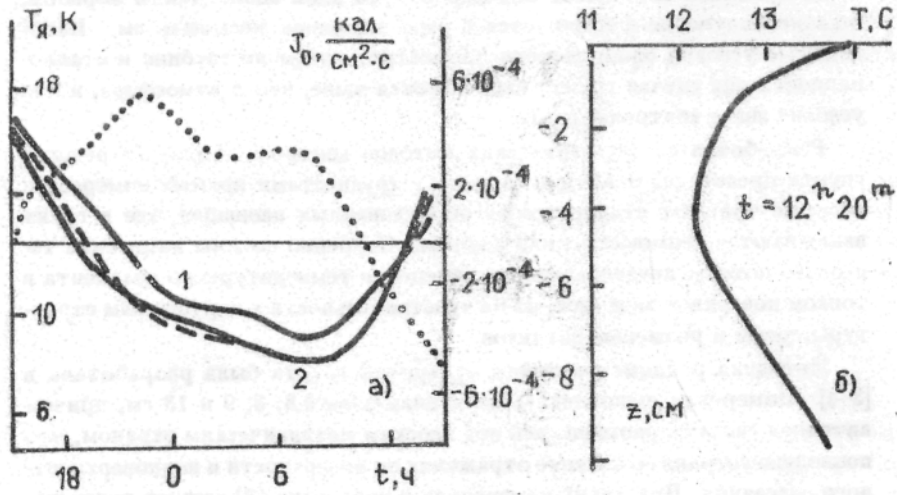


Рис. 2:

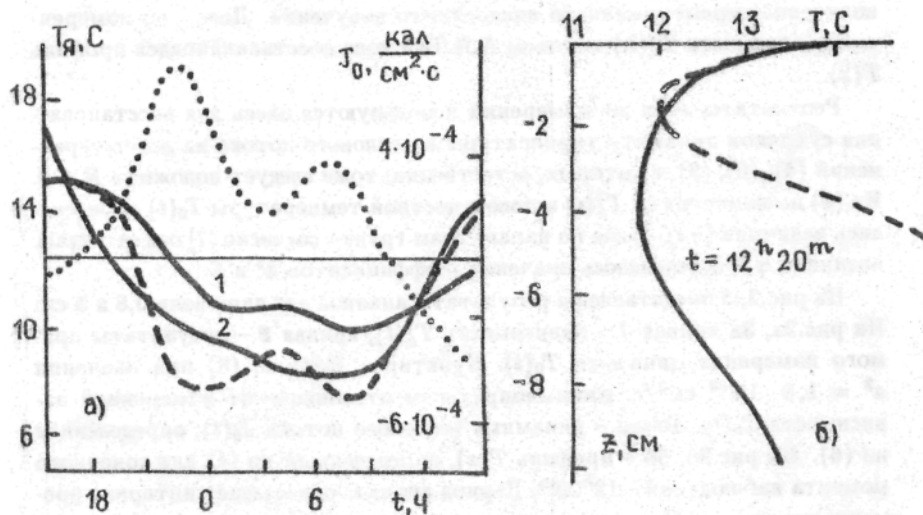


Рис. 3:

Расхождение между профилями температуры $T(z)$, восстановленными по измерениям на двух длинах волн, не превышает 0,5 К. Эти профили, близки также к температурному распределению, восстановленному методом Л.Н.Тихонова (см. [4] и пунктир на рис.3б) до глубины $z = -3$ см. В более глубоких слоях сказывается влияние тепловой предыстории в предшествующие сутки до начального момента анализа, когда имел место сильный прогрев поверхности.

Результаты определения динамики теплового потока $J_0(t)$, представленные на рис. 2, 3, хорошо отображают особенности ночного радиационного выхолаживания грунта и его утреннего прогрева. Можно, в частности, видеть два максимума выхолаживания, которые, по-видимому, связаны с прояснениями, а также изменение знака теплового потока при начале утреннего прогрева, который приводит к формированию инверсии температуры в поверхностном слое грунта.

Имеющиеся данные намерений на длинах волн 9 и 13 см не могли быть использованы, поскольку время влияния предыстории на яркостные температуры для этих длин волн превосходит выбранный интервал анализа. Однако, в [5] представлены результаты восстановления $T(z)$ и $J_0(t)$ по зависимости $T^*_{я}(t)$ на $\lambda = 9$ см из численного решения интегральных уравнений, на основе которых позднее (в [6]) были получены соотношения (3)—(8). Результаты восстановления качественно и количественно согласуются с представленными в данной работе, но являются более заглаженными (отсутствует минимум в ночной динамике теплового потока). Сглаженность является следствием недостаточной дискретизации по времени при численном решении интегральных уравнений. Ограничения в размерности определялись возможностями ЭВМ. Полученное в [6] совместное решение уравнений переноса излучения и теплопроводности в аналитическом виде исключило все трудности, связанные с размерностью данных.

Заключение. Подводя итоги выполненного рассмотрения, можно сделать вывод, что подход к задачам радиотендового зондирования атмосферы и подстилающей поверхности, основанный на совместном решении уравнений переноса излучения и теплопроводности оказался весьма плодотворным и перспективным для дальнейшего развития. Предложенные методы контроля динамики профиля температуры и теплового потока при одновременных измерениях атмосферы и поверхности могут позволить разделить составляющие потока, тепла из грунта, связанные с излучением, теплообменом с атмосферой и испарением, что позволит лучше понять и контролировать формирование теплового баланса в системе атмосфера-подстилающая поверхность. Возможность определения коэффициента турбулентной диффузии атмосферы по радиометрическим данным позволяет исследовать зависимость этой величины от скорости ветра, температурной стратификации и типа подстилающей поверхности.

Представляется также возможным обобщение развитой в [6] теории на некоторые случаи неоднородной или нестационарной среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гайкович К.П., Сумин М.И. // Тезисы докл. 7-го Всесоюзн. совещания по радиометеорологии. - М.: ВНИИГМИ, 1986. С.6.
2. Гайкович К.П., Кадыгров Е.Н., Косов А.С., Троицкий А.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1992. Т.35. N 2. С. 130.
3. Гайкович К.П., Резник А.Н. // Изв.вузов. Радиофизика. 1989. Т.32.

- N 11. С.1343.
4. Гайкович К.П., Резник А.Н., Троицкий Р.В. // Изв.вузов. Радиофизика. 1989. Т.32. N 12. С.1467.
 5. Гайкович К.П. // Исследование Земли из космоса. 1990. Т 6. С.71.
 6. Гайкович К.П. // Изв.вузов. Радиофизика. 1993. Т.36. N 1. С.16-24.
 7. Dobson M.S., Ulaby F.T., Hallikainen M.T., El-Rayes M.A. // IEEE. Trans. Geosci. Remote Sensing. 1985. V.23. N 1. P.25.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
14 сентября 1992 г.

**MUTUAL SOLUTION OF EMISSION TRANSFER AND HEAT
CONDUCTIVITY EQUATIONS IN PROBLEMS OF RADIOTHERMAL
REMOTE SENSING OF THE ATMOSPHERE AND UNDERGROUND
SURFACE**

K.P. Gaikovich

The mutual solution of emission transfer and heat conductivity equations is used to work out radiometry methods for monitoring of temperature profile and heat flux dynamics in the atmosphere boundary layer and near-surface soil layer.