

# ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДВУМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАДИОЯРКОСТИ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ С ИЗВЕСТНОЙ ДИАГРАММОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

Гайкович К.П., Жилин А.В.

Разработан метод восстановления двумерного распределения яркостной температуры по измеренному распределению антенной температуры, основанный на теории некорректных задач Тихонова. Его эффективность исследована путем численного моделирования как для однолучевых измерений, так и для многолучевых радиометрических систем с синтезированной апертурой. Метод применяется к данным вертолетных измерений радиотеплового излучения подстилающей поверхности.

## 1. Введение

Актуальной проблемой измерений теплового излучения в радиоастрономии и в задачах дистанционного зондирования естественных сред является определение истинного распределения яркостной температуры по измеренному распределению антенной температуры, которое представляет собой двумерную свертку истинного распределения радиояркости с диаграммой направленности антенной системы. При этом происходит заглаживание (замывание) реальной картины теплового излучения. Если известна форма диаграммы направленности (обычно имеется возможность измерить ее с довольно высокой точностью), то можно сформулировать обратную задачу восстановления радиояркости по данным измерений до уровня, определяемого порогом дифракционного предела разрешения.

Эта задача сводится к решению некорректного интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода типа двумерной свертки, которое, как известно, является некорректным, то есть неустойчивым к сколь угодно малым погрешностям измерений. Для решения этого уравнения необходимо привлекать дополнительную (априорную) информацию о точном решении. Специфика этой информации и определяет различные методы регуляризации (см. [1-3]). Так в радиоастрономии широко применяются итерационные алгоритмы "чистки изображений" [4-8], основанные сглаживании высокочастотных составляющих решения;

существуют методы, основанные на статистических свойствах точного решения, такие как метод наименьших квадратов, оптимальная фильтрация по Винеру [2], метод максимальной энтропии (статистическая регуляризация) [9-12]. Существует также подход, основанный на разложении решения по собственным функциям (анализ сингулярных систем) [3,13]. Используется также регуляризация "по здравому смыслу", где неустойчивость решения преодолевается путем сглаживания, выбора достаточно редкой сетки дискретизации и т.п. Во многих работах рассматривалась более простая одномерная задача.

В данной работе применяется метод обобщенной невязки Тихонова [1], где используется весьма общая информация о квадратичной суммируемости искомой функции и ее производной.

## 2. Исходные соотношения

Если задано двумерное распределение яркостной температуры в пространстве, то при сканировании этого распределения антенной с заданной формой диаграммы направленности, мы получаем двумерное распределение антенной температуры. Ставится задача восстановления распределения радиояркостности по распределению антенной температуры, если известна форма диаграммы направленности. Связь между антенной и яркостной температурами представляется в виде двумерной свертки

$$\mathbf{K}_h T_b = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} K_h(x-s, y-t) T_b(s, t) ds dt = T_a^\delta(x, y), \quad (1)$$

где  $K(w, W)$  - диаграмма направленности антенны (ядро уравнения),  $T_a^\delta(x, y)$  - антенная температура,  $T_b(s, t)$  - яркостная температура (искомое распределение). Это интегральное уравнение представляет собой уравнение Фредгольма 1-го рода типа двумерной свертки. Разрешение его относительно  $T_b(s, t)$  позволяет восстановить распределение яркостной температуры. Мера ошибки измеряемой антенной температуры  $\delta$  и мера ошибки ядра  $h$  удовлетворяют неравенствам [1]:

$$\|T_a^\delta - T_a\|_{L_2} \leq \delta, \quad \|\mathbf{K} - \mathbf{K}_h\|_{W_2^2 \rightarrow L_2} \leq h, \quad (2)$$

где  $T_a$  соответствует точному решению. Согласно методу обобщенной невязки [1] приближенное решение  $T_b^\alpha$  уравнения (1) находится из условия минимума функционала обобщенной невязки

$$\mathbf{M}_\alpha[T_b] = \left\| \mathbf{K}_h T_b - T_a^\delta \right\|_{L_2}^2 + \alpha \|T_b\|_{W_2}^2 \quad (3)$$

при дополнительном условии, которое и составляет содержание принципа обобщенной невязки - условия ее равенства суммарной погрешности ошибок измерения и ядра:

$$\left\| \mathbf{K}_h T_b^\alpha - T_a^\delta \right\|_{L_2}^2 = (\delta + h \|T_b^\alpha\|)^2.$$

Это условие устанавливает взаимно однозначную связь между степенью сглаженности приближенного решения, которая определяется величиной параметра регуляризации  $\alpha$  в (3), и суммарной мерой погрешности измерений и ядра. Показано [1], что с уменьшением меры погрешности параметр  $\alpha$  монотонно стремится к нулю, и роль сглаживания в приближенном решении постепенно уменьшается. Это позволяет с ростом точности восстанавливать все более сложные распределения. Верхний индекс в обозначении приближенного решения  $T_b^\alpha$  указывает на его соответствие параметру регуляризации, определенному согласно методу обобщенной невязки.

Для уравнений типа свертки использование свойств фурье-преобразования позволяет получить решение задачи в аналитическом виде:

$$T_b^\alpha(s, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{K}_h^*(\omega, \Omega) \tilde{T}_a^{\delta*}(\omega, \Omega) e^{i\omega s + i\Omega t} d\omega d\Omega}{L(\omega, \Omega) + \alpha [1 + (\omega^2 + \Omega^2)^2]} \quad (4)$$

где  $\tilde{K}_h^*(\omega, \Omega) = \tilde{K}_h(-\omega, -\Omega)$ ,  $L(\omega, \Omega) = \left| \tilde{K}_h(\omega, \Omega) \right|^2$ ,

$$\tilde{T}_a \delta(\omega, \Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T_a \delta(x, y) e^{-i\omega x - i\Omega y} dx dy, \quad (5)$$

$$\tilde{K}_h(\omega, \Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_h(u, w) e^{-i\omega u - i\Omega w} du dw. \quad (6)$$

Весьма важное преимущество описанного метода состоит в том, что в его численной реализации могут быть использованы стандартные алгоритмы быстрого двумерного преобразования Фурье, что позволяет преодолеть известные трудности решения двумерной задачи на сетках большой размерности.

### 3. Результаты численного моделирования

Известно [1], что точность решения в некорректных задачах может быть определена только из результатов численного моделирования. Для исследования возможностей метода численное моделирование производилось при различных значениях задаваемой ошибки измерений. В численном эксперименте рассматривались исходные распределения двух типов. Первое - равномерное распределение, но с резкими границами - моделировалось словом **ART** с постоянным значением яркостной температуры внутри слова и нулевым значением - во внешней области. Этот случай характеризует возможности метода, связанные с различием двумерных образов. Другое - двугорбое распределение с плавным изменением антенной температуры - задавалось суммой двух двумерных симметричных гауссовых распределений. Этот случай позволяет исследовать метод с точки зрения достижимой разрешающей способности метода при различном уровне погрешностей. Такое же двугорбое распределение использовалось для исследования применимости метода восстановления в случае многолучевой диаграммы направленности, реализуемой в радиометрических системах с синтезированной апертурой. Исходные распределения задавались в условных единицах, что позволяет использовать полученные результаты при рассмотрении других аналогичных задач, сводящихся к уравнению (1), таких, как задача увеличения разрешения в микроскопии и т.п.

В численной реализации изложенного выше метода существенным моментом является правильный переход от бесконечной к конечной области, в которой ищется решение и берутся соответствующие интегралы. В рассматриваемом случае проблему решает

расширение области восстановления на масштаб локального носителя ядра. При этом решение ищется на всей области определения правой части, а граничные эффекты проявляются только в этой зоне расширения. Это позволяет периодически продолжить и решение и ядро уравнения на всю бесконечную область и использовать приведенные формулы.

а) *Восстановление структур с резкими границами.*

В результате моделирования измерений в заданной двумерной области с широкой двумерной гауссовой диаграммой направленности в полученных распределениях антенной температуры тонкая структура исходного распределения оказалась совершенно замазанной. Разработанный метод позволил восстановить исходное распределение. Результаты представлены при точности измерения антенной температуры порядка 1%, а также исследована сходимостъ решения при стремлении моделируемого уровня погрешности к нулю (моделируемая ошибка 0,01 %). Ошибка измерений моделировалась с помощью датчика псевдослучайных чисел с нормальным распределением и фиксированным (задаваемым) значением дисперсии  $\sigma_{T_a}^2$  в любой выборке. Ошибка ядра полагалась равной нулю. В соответствии с определением мера погрешности ошибки представляла собой двумерный интеграл по области восстановления от квадрата погрешности в каждой точке. Поскольку дисперсия в любой выборке постоянна, то  $\delta^2 = S \sigma_{T_a}^2$ , где S – площадь области восстановления. Относительная величина ошибки, определялась отношением  $\delta$  к квадратному корню из интеграла от квадрата точного решения по области восстановления. Погрешность задавалась некоррелированной в точках выбранной сетки. Таким образом радиус ее корреляции был порядка величины шага дискретизации. При таком способе задания погрешности ее искажающее влияние на качество восстановления максимально. Систематические ошибки можно не учитывать в анализе, поскольку их наличие приводит в силу линейности решаемого уравнения к соответствующему систематическому сдвигу решения.

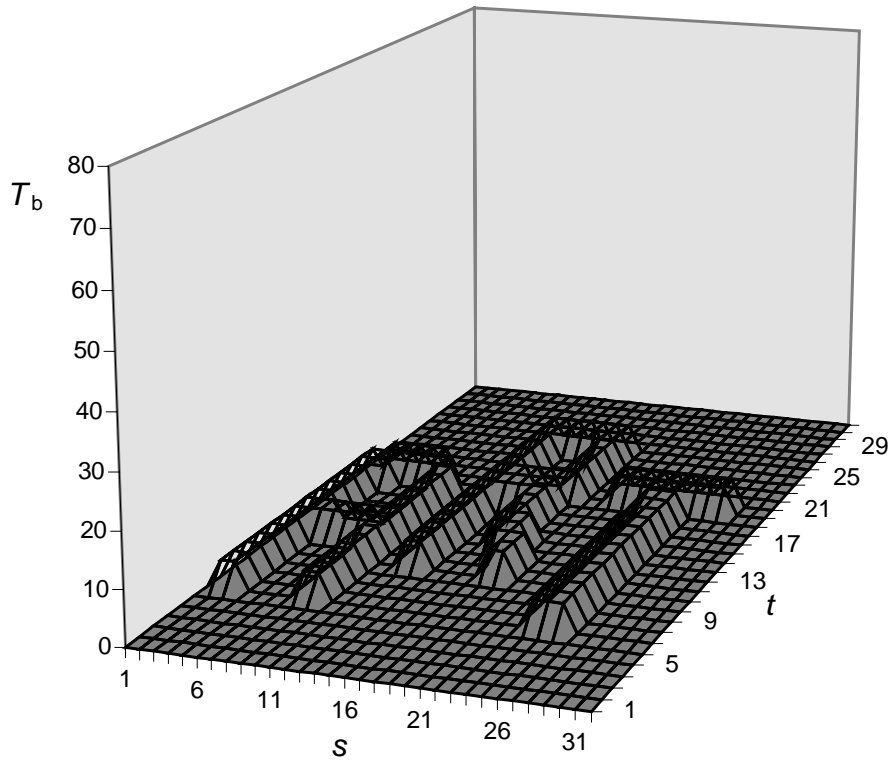


Рис.1. Исходное (моделируемое) распределение яркостной температуры.

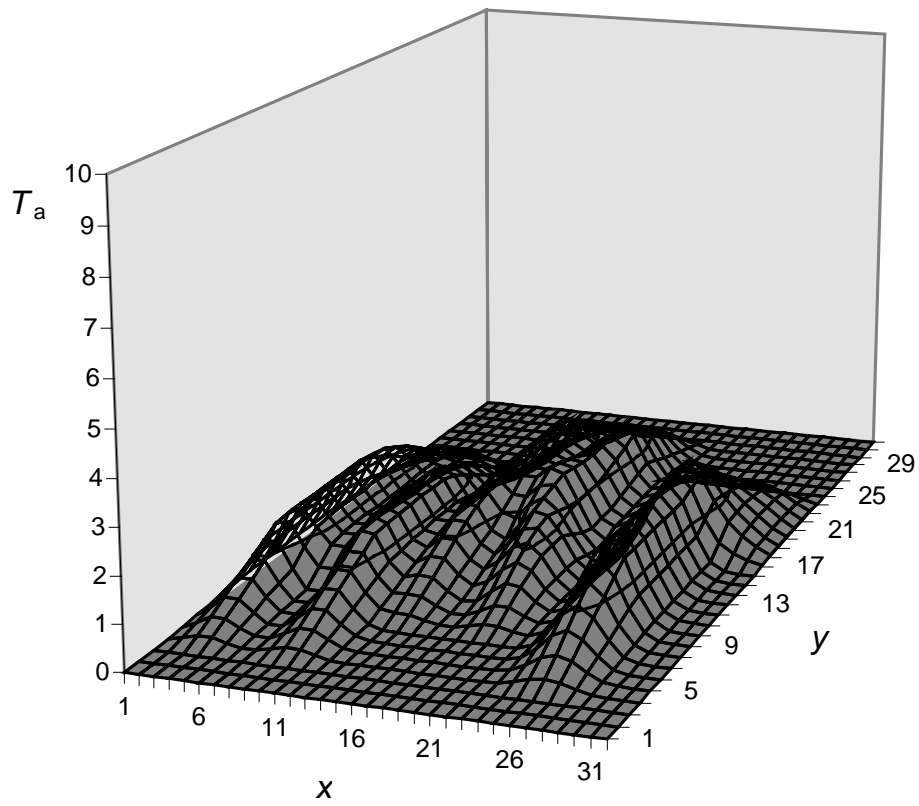


Рис.2. Распределение антенной температуры, соответствующее рис.1.

На рис.1-2 представлены двумерные распределения исходного радиотеплового поля и результатов его измерения антенной системой с несимметричной двумерной гауссовой формой диаграммы направленности, при которой исходное изображение слова становится совершенно неразличимым.

При восстановлении параметром метода Тихонова является оценка интегральной погрешности измерений, которой в методе обобщенной невязке ставится в соответствие величина параметра регуляризации, определяющего степень сглаженности решения. При стремлении ошибки к нулю параметр регуляризации также стремиться к нулю, но более медленно. Решение при стремлении ошибки к нулю в интегральной метрике сходится к точному равномерно, что составляет существенное преимущество метода Тихонова, позволяя оценивать погрешность восстановления по максимуму модуля для моделируемых распределений, которые в данной физической задаче могут рассматриваться как типичные или как экстремальные в зависимости от ориентации задачи на гарантированное отсутствие в решении ложных особенностей или, наоборот, на обнаружение тонких деталей.

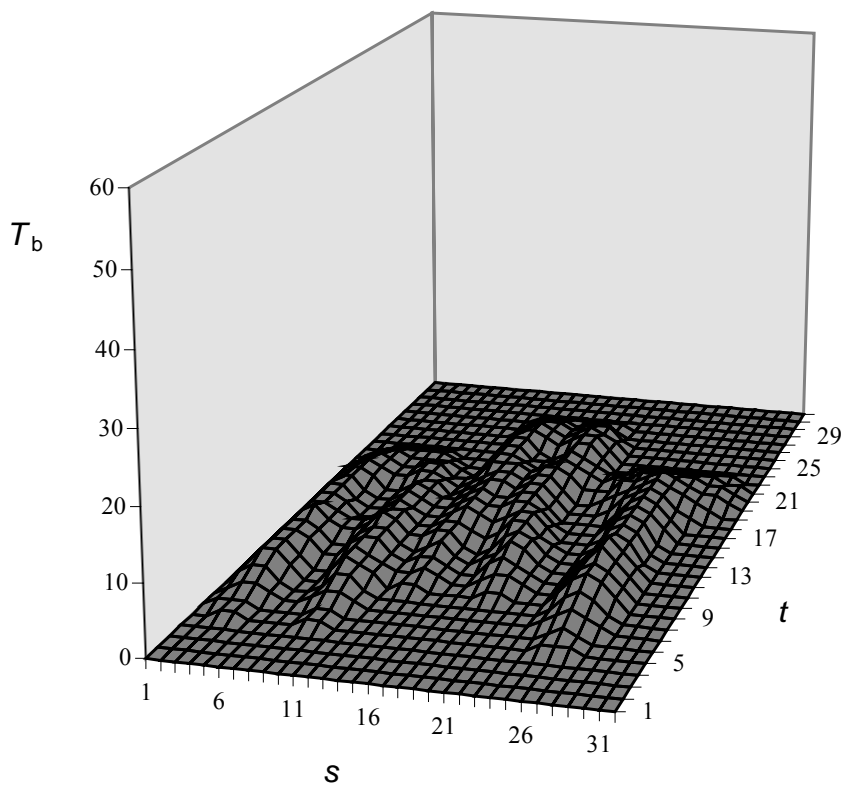


Рис.3. Восстановленное распределение яркостной температуры при точности измерений 1%.

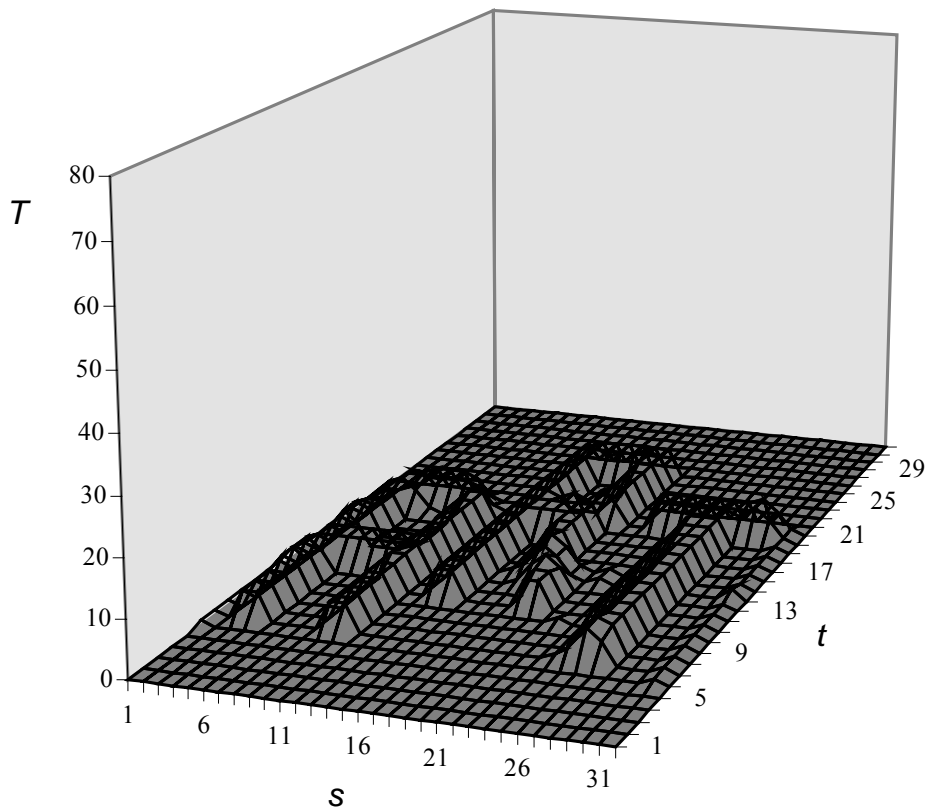


Рис.4. Восстановленное распределение яркостной температуры при точности измерений 0,01 %.

Представленные на рис. 3-4 результаты восстановления позволяют сделать вывод, что метод достаточно эффективен для решения поставленной задачи для распределений с резкими границами. При умеренной точности решение еще несколько заглаживает истинную картину, но при уменьшении погрешности восстановление становится безупречным.

Следует отметить, что точность восстановления в некорректных задачах рассматриваемого типа возрастает не пропорционально уменьшению ошибки, а значительно медленнее. Кроме того, она зависит также от специфики самого восстанавливаемого распределения (например, если характерные детали распределения много шире луча диаграммы направленности, то антенная температура будет просто равна яркостной). Эта особенность весьма затрудняет и введение понятия разрешающей способности, которая также должна зависеть не только от формы диаграммы направленности и погрешности измерений, но и от специфики самого восстанавливаемого распределения.



б) Восстановления двугорбого гауссового распределения. Оценка достигнутого при восстановлении увеличения разрешающей способности.

Для качественной характеристики достигнутого увеличения разрешающей способности рассмотрен случай восстановления плавного распределения с двумя острыми близкорасположенными пиками гауссовой формы (см.рис.5).

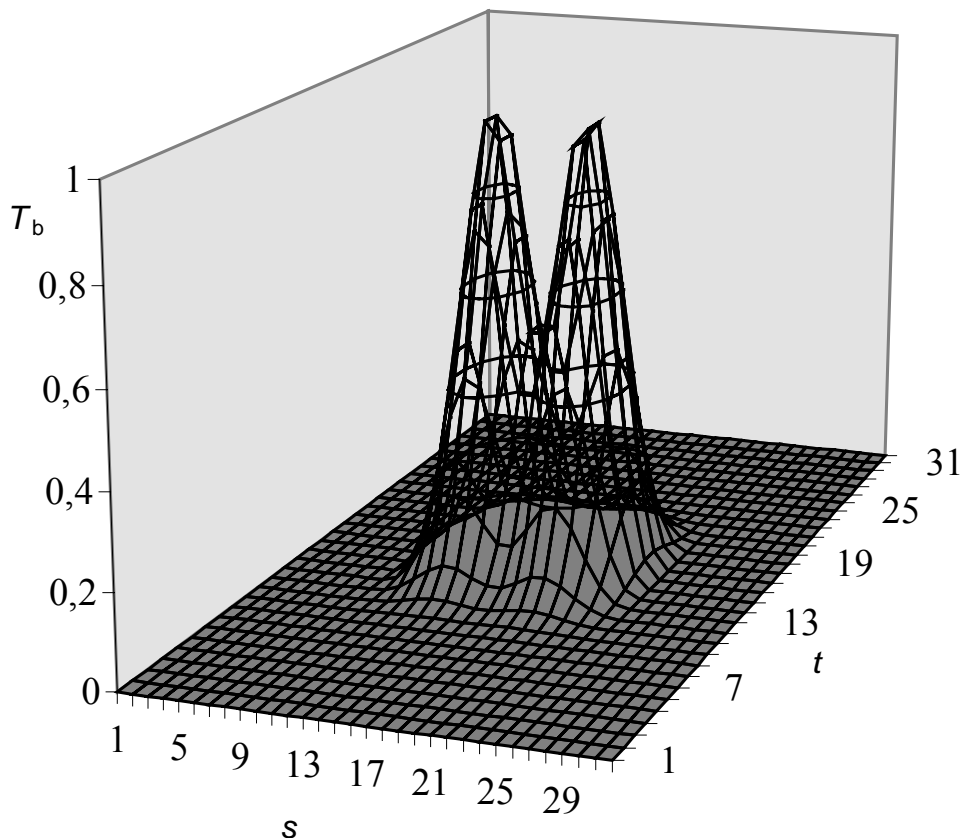


Рис.5. Исходное (моделируемое) распределение яркостной температуры.

Можно видеть, что широкая гауссова диаграмма направленности, использованная при моделировании, полностью загладила исходное двугорбое распределение, и оно выглядит как одногорбое (см.рис.6). Тем не менее, алгоритм восстановления позволяет разрешить двугорбую структуру исходного распределения радиояркостной температуры уже при умеренных точностях измерений (см. рис.7). Можно видеть, что при данном уровне погрешности в решении возникают незначительные несуществующие особенности в виде разбегающихся волн. По мере роста точности восстановления (см. рис.8) решение, как и в первом случае, сходится к исходному распределению и при точности 0,01% уже практически не содержит ложных деталей.

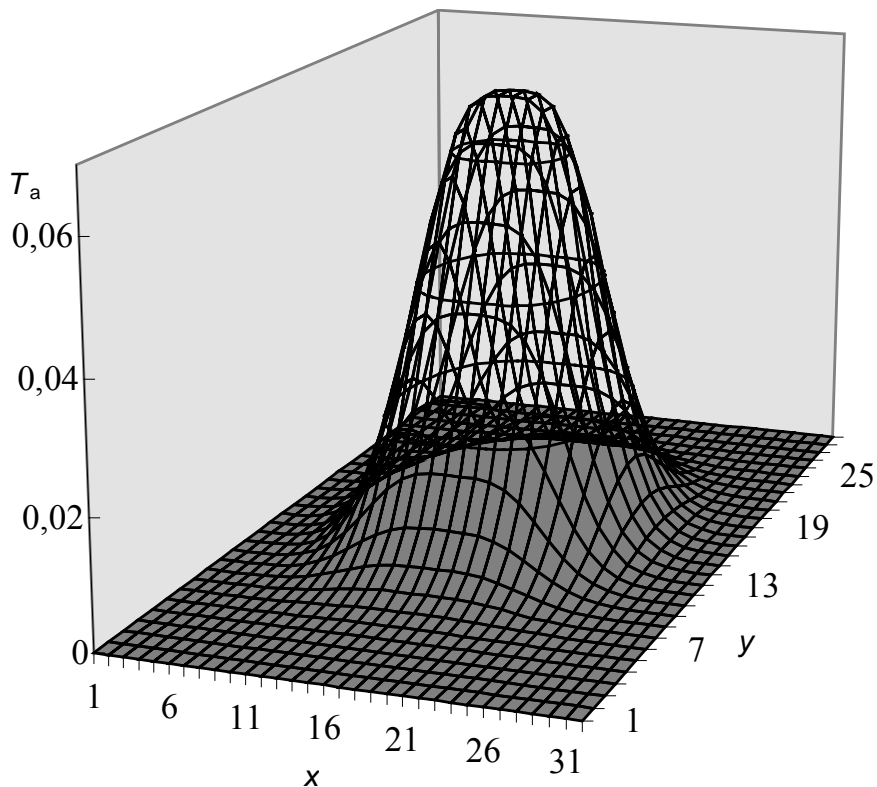


Рис.6. Распределение антенной температуры, соответствующее рис.5.

Способность метода к восстановлению скрытых в наблюдаемом распределении деталей и характеризует разрешающую способность метода. Рост разрешающей способности можно приблизительно оценить как отношение наименьших деталей в восстановленном распределении к ширине диаграммы направленности. В рассматриваемом случае при ошибке 1% разрешающая способность возрастает в 3-4 раза. Точность восстановления составляет 20-40% от величины характерных неоднородностей радиояркости. Разумеется, в конкретной физической задаче необходимо проводить аналогичное моделирование с учетом ее специфики. В частности, известно, что диаграммы направленности реальных антенн имеют ограниченный спектр пространственных частот, что затрудняет восстановление мелких деталей истинного распределения радиояркости за дифракционным пределом угловой разрешающей способности, который приблизительно определяется отношением длины волны к эффективному диаметру апертуры, без использования дополнительной априорной информации о точном решении. Применение рассматриваемого метода способно реализовать максимально возможную для данной антенны разрешающую способность при заданной точности измерений в рассматриваемом классе функций.

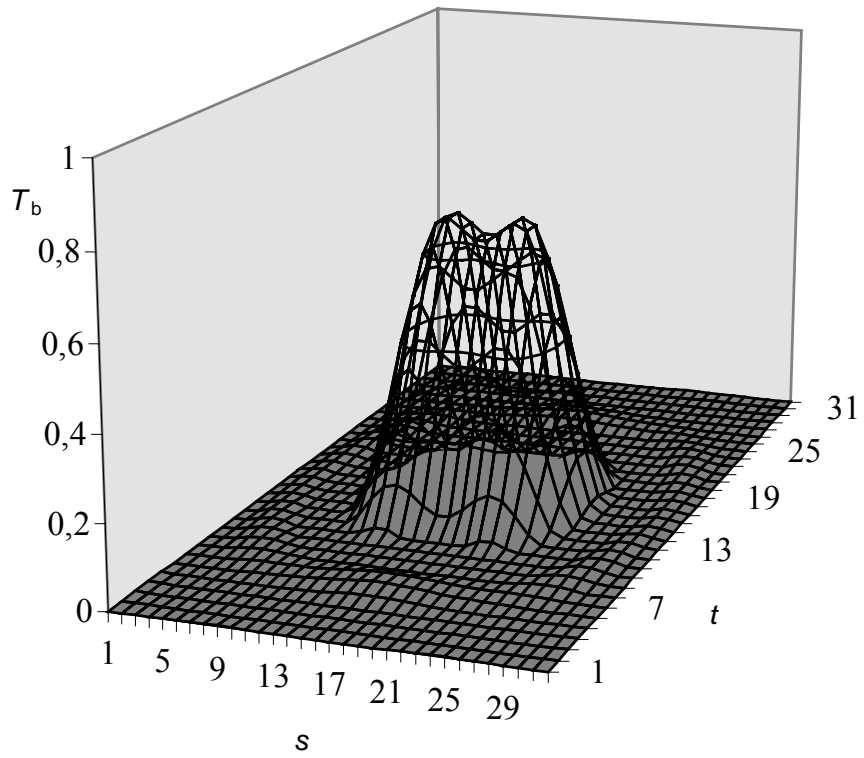


Рис.7. Восстановленное распределение яркостной температуры при точности измерений 1%.

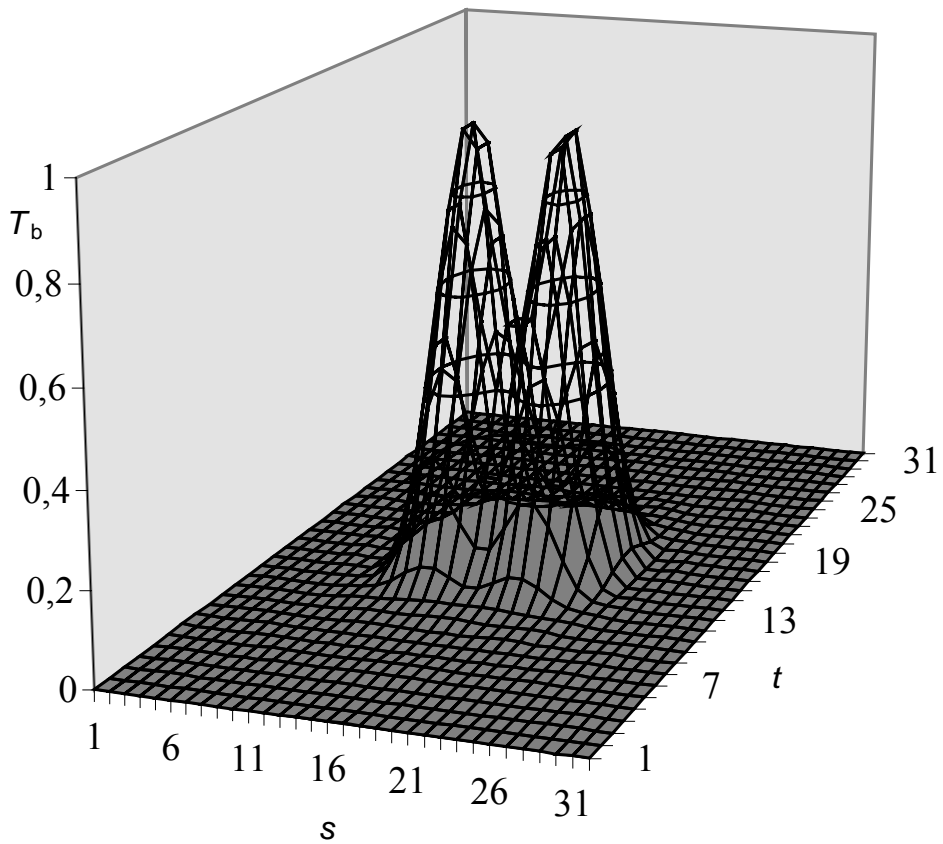


Рис.8. Восстановленное распределение яркостной температуры при точности измерений 0,01 %.

в) *Случай многолучевой диаграммы направленности.*

В практику современной радиометрии входят системы с синтезированной апертурой, обладающие многолучевой диаграммой направленности (см., например, [14-15]). Так в [14] рассматривается существующая самолетная система радиометрии земной поверхности, основанная на гибридном апертурном синтезе. В поперечном к траектории полета направлении обзор осуществляется многолучевой диаграммой направленности 8-элементной одномерной решетки с компьютерной корреляционной обработкой сигнала (параллельный синтез), а в продольном направлении для последовательного синтеза используется собственное движение самолета. Аналогичные системы разрабатываются и для космических проектов. Рассматриваются возможности применения и двумерного апертурного синтеза [14], когда при движении разные лепестки диаграммы направленности проходят через одни и те же элементы поверхности.

Интерпретация наблюдаемого распределения антенной температуры при перекрытии вклада от различных лепестков диаграммы направленности, когда это распределение может существенным образом отличаться от истинного распределения радиояркости даже при достаточно малой ширине каждого из лучей, также может быть основана на применении рассматриваемого метода решения обратной задачи. Для моделирования такой ситуации использовано то же самое двугорбое гауссово распределение яркостной температуры (см. рис.5). Для компактности представления результатов форма диаграммы направленности полагалась также двугорбой и, более того, в точности повторяющей исходное распределение на рис.5.

На рис.9 показано получившееся распределение антенной температуры, в котором исходное двугорбое распределение превращается в одномодовое. На рис.10 можно видеть, как при точности 1% начинают разрешаться два различных максимума, а на рис.11 - как при точности 0,01% исходное распределение восстанавливается с хорошей точностью. Таким образом, ясно, что метод Тихонова может эффективно решать и проблему восстановления истинного распределения радиояркости по данным многолучевых измерений.

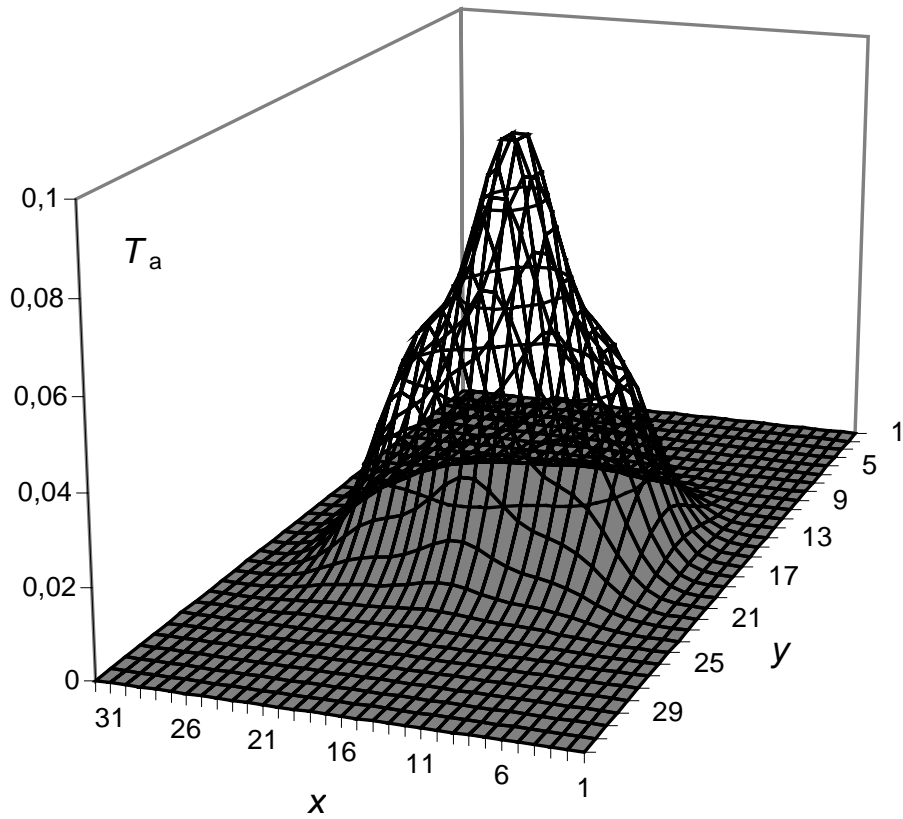


Рис.9. Распределение антенной температуры, соответствующее двухлучевой диаграмме и исходному распределению яркостной температуры на рис.5.

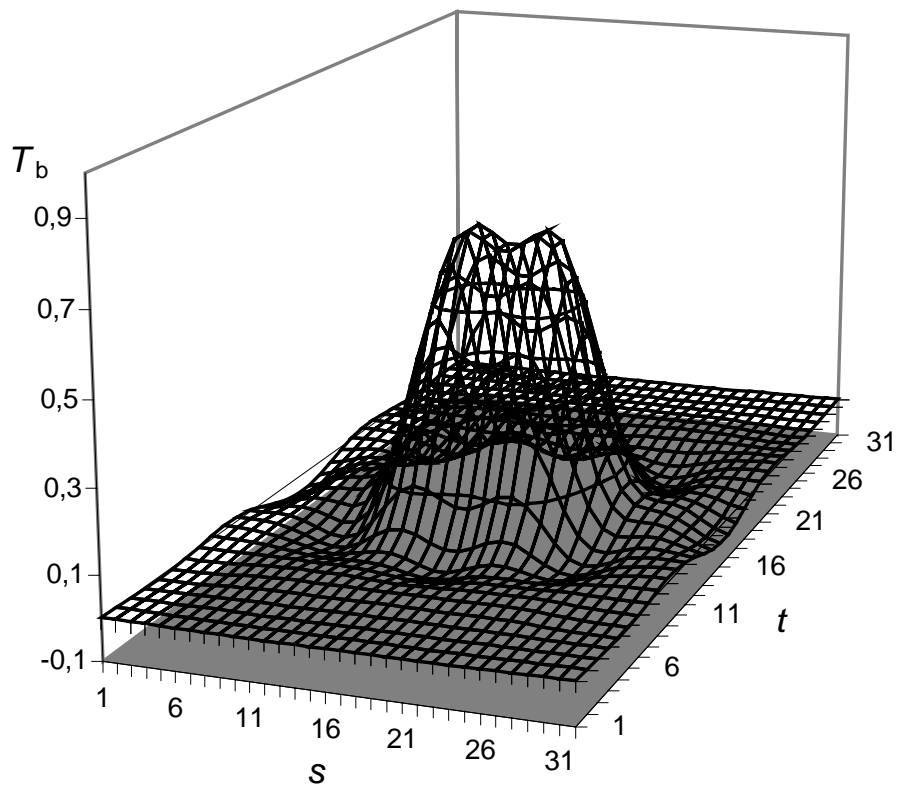


Рис.10. Восстановленное распределение яркостной температуры при точности измерений 1%.

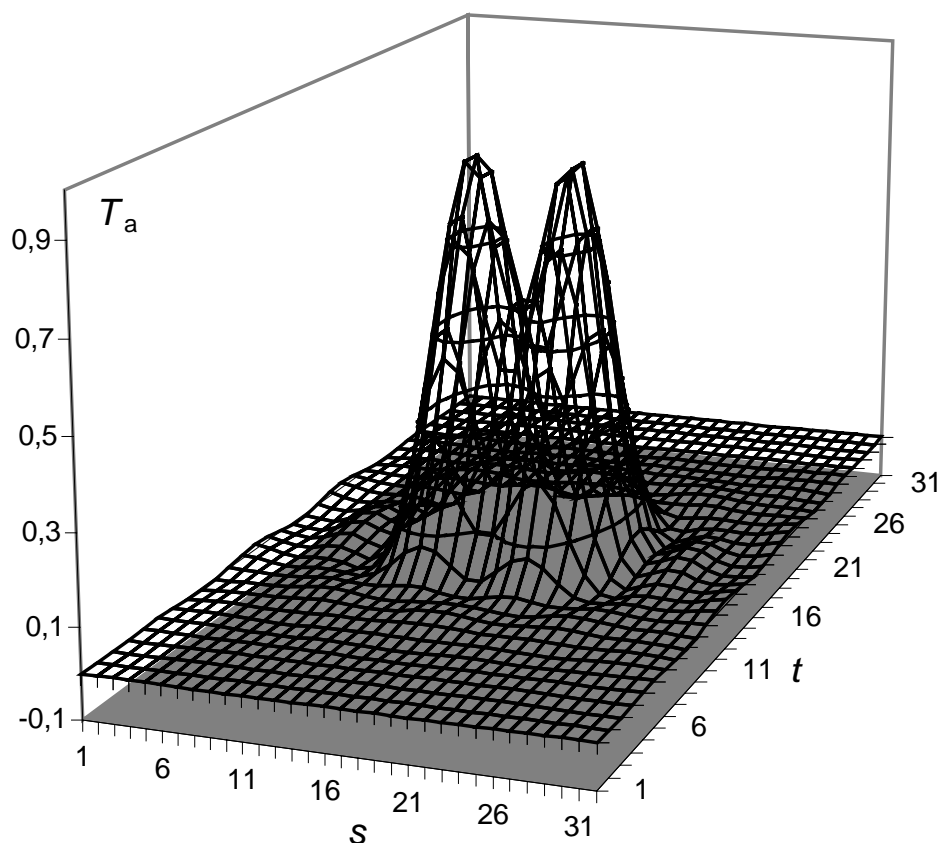


Рис.11. Восстановленное распределение яркостной температуры при точности измерений 0,01 %.

#### 4. Применение метода при радиометрическом зондировании подстилающей поверхности

Метод применялся для восстановления двумерного распределения радиояркости подстилающей поверхности по данным вертолетных радиометрических измерений [16] с высоты 50 м в надир на длине волны 3 см с шириной диаграммы направленности рупорной антенны  $20^\circ$ , в ходе которых методом параллельных разрезов измерялось двумерное распределение восходящего теплового излучения выбранного участка поверхности размером 150x250 м (озеро с нефтяными загрязнениями, берег). Неоднородность излучательной способности поверхности создавала большие контрасты радиояркости (более 100 К). Флуктуационная чувствительность радиометров составляла около 0,1 К при постоянной интегрирования 1 с. Максимальная абсолютная погрешность, связанная с ошибками калибровки и вариациями фона переотраженного излучения атмосферы оценивалась величиной 5 К, а ее среднеквадратичное по поверхности значение не превышало 2 К. Таким образом, учитывая, что среднеквадратичное по зондируемой поверхности значение

восстанавливаемой функции составляло около 200 К, мера погрешности измерений в смысле рассмотренного выше алгоритма восстановления задавалась величиной 1%.

В данном эксперименте было затруднительно добиться повышения разрешающей способности измерений путем уменьшения высоты над поверхностью, поскольку эта на меньших высотах поток воздуха от пропеллера вертолета начинал разгонять нефтяную пленку на озере, а основной целью эксперимента и было измерение теплового излучения нефтяной пленки.

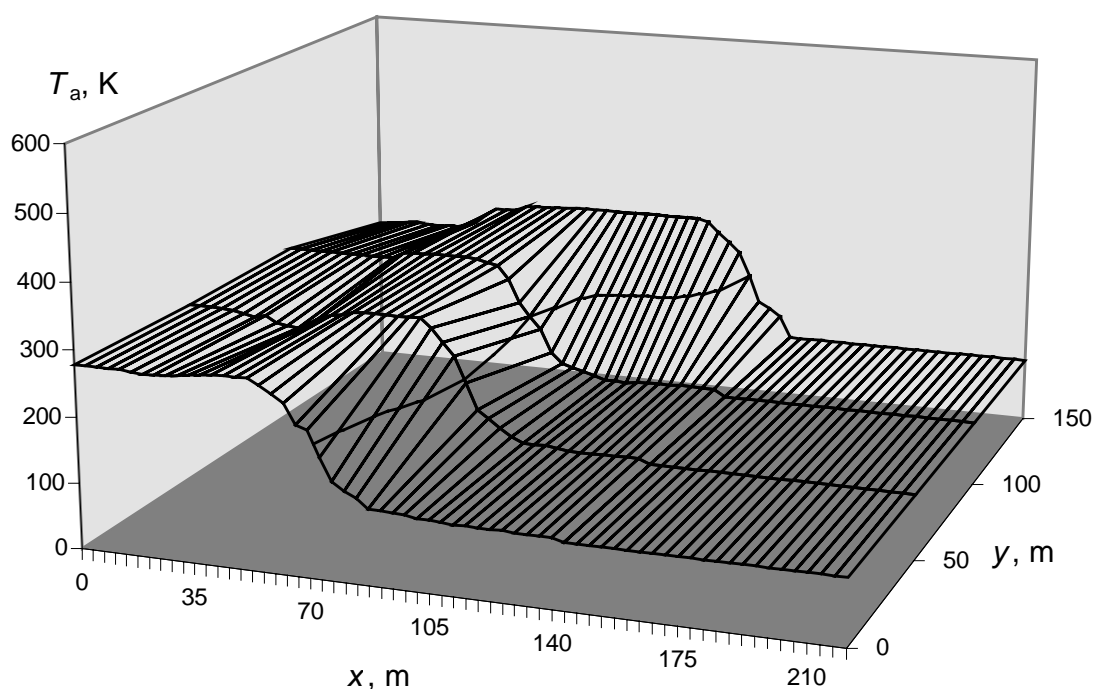


Рис.12. Измеренное распределение антенной температуры участка земной поверхности на длине волны 3 см.

Увеличение размеров рупора, которое также могло бы улучшить разрешающую способность, было невозможно из-за условий компоновки аппаратуры на борту вертолета. Таким образом, использование описываемого в данной работе метода восстановления является в этом случае единственным способом увеличения разрешающей способности.

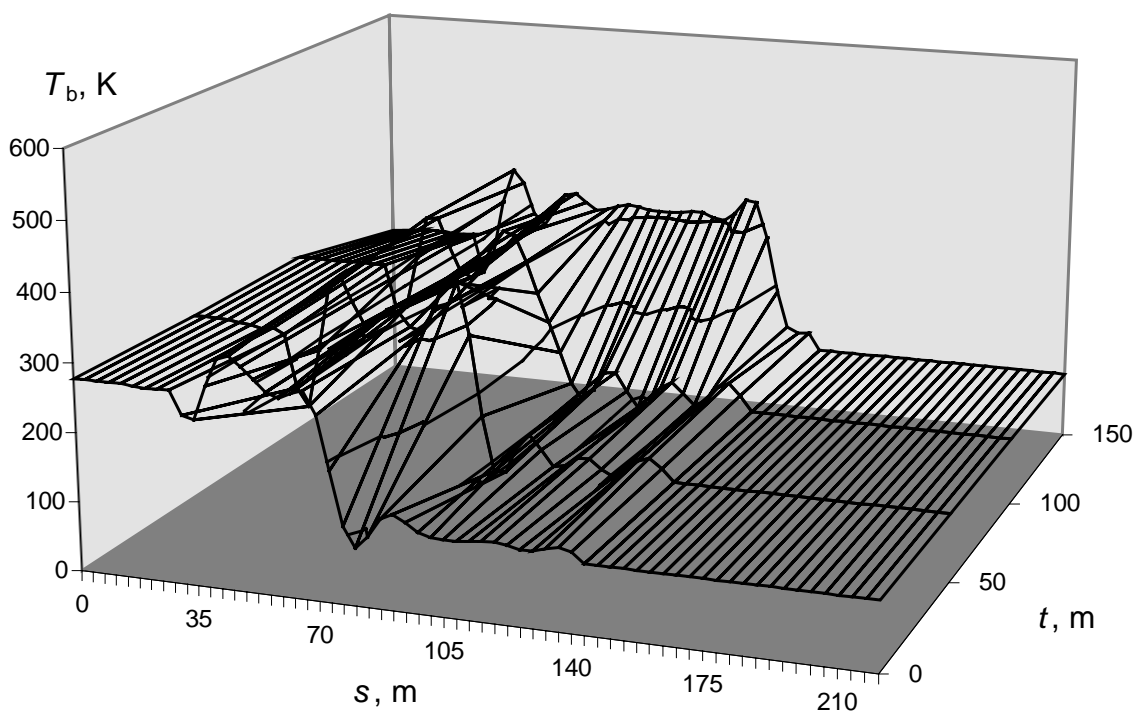


Рис.13. Восстановление по данным рис.9 распределения яркостной температуры при ошибке радиометрических измерений 1%.

Форма диаграммы направленности антенны в представленных здесь результатах при восстановлении полагалась гауссовой. Область восстановления была шире представленной на рисунке на величину утроенного пятна диаграммы с целью исключения влияния граничных эффектов на результаты. На рис.13 можно видеть, что результаты восстановления позволили обнаружить более тонкую структуру распределения радиояркости, чем она отображалась в измеренных распределениях антенной температуры (см.рис.12). Восстановленная тонкая структура вариаций толщины пленки качественно соответствует визуально наблюдаемой складчатой структуре пленки, которая образуется у подветренной части берега под влиянием ветра. Приведенные выше результаты численных экспериментов для уровня точности 1% позволяют судить о качестве полученного распределения и степени достоверности его деталей.

## 5. Заключение

Результаты работы показали высокую эффективность алгоритмов восстановления распределения радиояркости, основанных на применении метода обобщенной невязки



Тихонова для двумерных уравнений типа свертки [1]. Выполнено численное моделирование как при реализуемом уровне точности измерений, так и при экстремально высоком, где показана сходимость решения к точному. Метод был применен к реальным измерениям в практической задаче, где не было другой возможности для повышения разрешающей способности.

Можно надеяться, что данный метод может быть использован не только в рассмотренном круге задач, но и в других случаях, где проблемой является ограничение разрешающей способности прибора или искажение истинной картины под влиянием аппаратной функции и где задача сводится к интегральному уравнению Фредгольма первого рода типа свертки.

## Литература

1. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М: Наука, 1983, 200 с.
2. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. - М.: Радио и связь, 1986. 304 с.
3. Bertero M., De Mol C., Pike E.R. Stability and restoration in electromagnetic inverse scattering - Part I, Part II, in Inverse methods in electromagnetic imaging - Part I, W.M.Boerner et al., Eds., D. Reidel Publishing Company, Boston, pp.319-340.
4. Hogbom J.A. Aperture synthesis with non-regular distribution of interferometer baselines. Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 1974, v.15, No.3, pp.417-426.
5. Clark B.G. An efficient Implementation of the algorithm «CLEAN». Astron.Astrophys., 1980, v.89, No.2, pp.377-378.
6. Cornwell T.J. A method of stabilizing of the clean algorithm. Astron.Astrophys., 1983, v.121, No.2, pp.281-285.
7. Steer D.J., Dewdney P.E., Ito M.R. Enhancements to the deconvolution algorithm «CLEAN». Astron. Astrophys., 1984, v.137, No.2, pp.159-165.
8. Tan Sze M. An analysis of the properties of CLEAN and Smoothness stabilized CLEAN - some warnings. Month. Not. Radio Astron. Soc., 1986, v.220, No.4, pp. 971-1001.
9. Frieden B.R., Wells D.G. Restoring with maximum entropy: 3 Poisson sources and their background. J. Opt. Soc. America, 1978, v.68, No.1, pp.93-103.
10. Skilling J., Brian R.K. Maximum entropy image reconstruction: general algorithm. Month. Not. Radio Astron. Soc., 1984, v.211, No.1, pp. 111-124.
11. Cornwell T.J., Evans K.F. A symple maximum entropy deconvolution algorithm. Astron.Astrophys., 1985, v.143, No.11, pp.77-83.
12. Reiter J., Pfleiderer J. Improvement of MEM-deconvolution by an additional constraint Astron.Astrophys., 1986, v.166, No.1/2, pp.381-392.
13. F.Bardaty, M.Mongiardo, D.Solimini. Antenna pattern correlation in scanning radiometry: a singular system analysis. Proceedings of IGARSS'86 Symp. (Zurich, 8-11 Sept. 1986), 1986, ESA Publ. Division, pp.595-598

14. Le Vine D.M. The sensitivity of synthetic aperture radiometers for remote sensing applications from space. *Radio Science*, 1990, v.25, No.4, pp.441-453. .
15. Swift C.T., Le Vin D.M., Christopher S.R. Aperture synthesis concept in microwave remote sensing of the Earth. *Trans. Microwave Theory and Techniques*, 1991, v.39, No.12, pp.1931-1935.
16. Гайкович К.П., Снопик Л.М., Троицкий А.В.// Вертолетные радиометрические измерения тонкого озерного льда и нефтяной пленки на озерах и грунте. *Изв. вузов. Радиофизика*. 1995, т.38, N 11, с.1105-1117.

Retrieval of two-dimensional distribution of radiobrightness by measurements data with known antenna beam pattern. Gaikovich K.P., Zhilin A.V.

The method of two-dimensional radiobrightness distribution retrieval by measured antenna temperature distribution based on Tikhonov's theory of ill-posed problems has been worked out. The efficiency of this method has been investigated in numerical simulation. Its application results to thermal radioemission measurements data are presented.

Восстановление двумерного распределения радиояркости по измерениям с известной диаграммой направленности. Гайкович К.П., Жилин А.В.

/А В Т О Р Е Ф Е Р А Т /

Разработан метод восстановления двумерного распределения яркостной температуры по измеренному распределению антенной температуры, основанный на теории некорректных задач Тихонова. Его эффективность исследована путем численного моделирования как для однолучевых измерений, так и для многолучевых радиометрических систем с синтезированной апертурой. Метод применяется к данным вертолетных измерений радиотеплового излучения подстилающей поверхности.