

УДК 621.371.551.526

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ ИСТОРИИ
ПОВЕРХНОСТИ СРЕДЫ ПО СПЕКТРУ ЕЕ
РАДИОТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

К. П. Гайкович, А. Н. Резник,

Получены термоэволюционные уравнения, непосредственно связывающие наблюдаемый спектр теплового излучения полупространства с эволюцией температуры поверхности (теплового потока через поверхность) во времени до момента измерений. По данным измерений теплового радиоизлучения грунта на длинах волн 0,8; 3; 9 и 13 см на основе полученных соотношений восстановлена тепловая история поверхности грунта, а также показана возможность дистанционной оценки его параметров (диэлектрической проницаемости, коэффициента температуропроводности, влажности). Предлагается использовать метод для восстановления тепловой истории поверхности материковых ледников в далеком прошлом и оценки тепловых и диэлектрических параметров поверхностного слоя планет.

Восстановление тепловой истории по спектру теплового излучения среды представляет интерес для широкого класса объектов. В данной работе рассмотрен случай полупространства с одномерным (по глубине) распределением температуры, для которого можно получить уравнения в замкнутом виде и выполнить весьма наглядную интерпретацию. Этот случай может иметь практическое приложение в задачах исследования тепловой динамики земной поверхности и поверхности других планет по измерениям теплового излучения в радиодиапазоне. Предельная глубина зондирования (и, соответственно, масштаб времени для тепловой истории поверхности) определяется толщиной скин-слоя, которая, как правило, пропорциональна длине волны и достигает в дециметровом диапазоне нескольких сантиметров для влажной почвы, метров — для сухой и сотен метров — в материковых ледниках Антарктиды. Соответственно временные масштабы изменений температуры поверхности, определяющие вариации температурного профиля на указанных глубинах, меняются от нескольких часов до сотен лет. Таким образом, на основе поставленной задачи могут исследоваться как процессы суточной тепловой динамики почвы, так и климатические изменения на поверхности ледников в прошлом. Уравнение, связывающее яркостные температуры полупространства с эволюцией температуры его поверхности, содержит в качестве параметров коэффициенты поглощения излучения и температуропроводности. Измеряя яркостные температуры в СВЧ диапазоне, а эволюцию температуры в ИК диапазоне, можно на основе полученных в работе соотношений определять эти параметры из дистанционных измерений, а по ним, в свою очередь, определять физические характеристики грунта (например, влажность и плотность) и делать выводы о его морфологии.

1. Взаимосвязь спектра излучения полупространства с эволюцией граничных условий. Рассмотрим полупространство $z < 0$ с комплексной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon' - \epsilon''$. Яркостные температуры на длине волны λ для случая измерений в надир связаны в радиодиапазоне с

$$T_{\text{я}}(\lambda) = (1 - R(\lambda)) \int_{-\infty}^0 T(z) \gamma(\lambda, z) \exp \left[- \int_z^0 \gamma(\lambda, z') dz' \right] dz, \quad (1)$$

$R(\lambda)$ —френелевский коэффициент отражения, $\gamma = \frac{4\pi}{\lambda} \text{Im}(\sqrt{\varepsilon})$. В случае

однородно увлажненных сред γ , как правило, не зависит от z [1,2]. Если температура на границе представляет собой функцию только времени $T_0(t)$, единственное решение уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t}(z, t) = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}(z, t) \quad (2)$$

в области $(t \rightarrow -\infty, z < 0)$, удовлетворяющее граничному условию $T_0(0, t) = T_0(t)$, имеет вид (см., например, [3])

$$T(z, t) = \int_{-\infty}^t - \frac{z T_0(\tau)}{\sqrt{4\pi a^2 (t-\tau)^3}} \exp\left[-\frac{z^2}{4a^2(t-\tau)}\right] d\tau. \quad (3)$$

По мере роста t вклад особенностей $T_0(\tau)$ для отдаленных моментов времени уменьшается. С другой стороны, для любого z существует интервал времени, примыкающий к моменту t , для которого вклад в интеграл значений $T_0(\tau)$ также очень мал (возмущение не успевает дойти до соответствующей глубины), т. е. для любой глубины существует момент времени в прошлом, для которого вклад в (3) максимален.

Распределение $T(z)$ в момент t также можно определить, если известен поток тепла через поверхность как функция времени. Поток тепла $J_0 = k dT/dz(z=0)$ (k — коэффициент теплопроводности). Соответствующая краевая задача для (2) при условии $dT/dz(0, t) = -1/k J_0(t)$ имеет решение [3]

$$T(z, t) = \int_{-\infty}^t - \frac{J_0(\tau)}{k\sqrt{\pi}(t-\tau)} \exp\left(-\frac{z^2}{4a^2(t-\tau)}\right) d\tau.$$

На основе (3) или (4) можно получить уравнения, непосредственно связывающие яркостные температуры теплового радиоизлучения полупространства, измеренные в момент t , с эволюцией граничных условий на его поверхности. Подставляем (3) и (4) в (1) и меняем пределы интегрирования по z и τ . В результате имеем

$$T_{\text{я}}(\lambda) = (1-R) \int_{-\infty}^t T_0(\tau) K(\tau, \lambda) d\tau, \quad (5)$$

где при $\gamma = \text{const}$

$$K(\tau, \lambda) = \int_{-\infty}^0 - \frac{\gamma z}{\sqrt{4\pi a^2 (t-\tau)^3}} \exp\left[\gamma z - \frac{z^2}{4a^2(t-\tau)}\right] dz.$$

Аналогично

$$T_{\text{я}}(\lambda) = (1-R) \int_{-\infty}^t J_0(\tau) \tilde{K}(\tau, \lambda) d\tau,$$

$$\tilde{K}(\tau, \lambda) = \int_{-\infty}^0 - \frac{a\gamma}{k\sqrt{\pi}(t-\tau)} \exp\left[\gamma z - \frac{z^2}{4a^2(t-\tau)}\right] dz. \quad (6)$$

Обобщение (5), (6) для случая $\gamma = \gamma(z)$ тривиально. Однако при не-

однородном γ необходимо считать неоднородными и коэффициенты теплоемкости и теплопроводности, а решение этой задачи не получено в замкнутом виде, аналогичном (3). Отметим, что в [2] предложены различные подходы к решению уравнения теплопроводности с учетом неоднородностей характеристик, однако в данной работе мы ограничимся случаем, когда a^2 и γ не зависят от глубины.

На основе (5) и (6) возможна постановка обратных задач — по измерениям $T_{\text{я}}(\lambda)$ в момент t восстановить тепловую историю (эволюцию температуры и теплового потока) поверхности. Будем называть (5) и (6) соответственно первым и вторым термоэволюционным уравнением для яркостных температур.

Необходимо отметить, что обратные задачи восстановления тепловой истории по прямым измерениям $T(z)$ на основе интегрального уравнения (3) известны и рассматриваются, например, в [2,4]. Вместе с тем прямые измерения зачастую трудно осуществимы и связаны с необходимостью нарушения структуры среды. Эта же задача может быть решена, если использовать профиль $T(z)$, восстановленный по данным дистанционных радиометрических измерений $T_{\text{я}}(\lambda)$ из уравнения (1). Однако такой подход требует последовательного решения двух некорректных задач для уравнения Фредгольма 1-го рода, что трудно осуществить с приемлемой точностью. Погрешность восстановленного профиля $T(z)$ в несколько раз больше ошибок измерения $T_{\text{я}}$. Преимущество предлагаемого подхода состоит в том, что уравнения (5) и (6) устанавливают прямую связь между спектром $T_{\text{я}}$ и тепловой историей поверхности, что позволяет решить обратную задачу восстановления соответственно $To(t)$ или $Jo(0)$ на основе только одного уравнения.

Из соотношения (3) следует, что максимальный вклад в температуру на глубине z в момент t вносят температуры $T(\tau_m)$ в момент t_m , удаленный в прошлое от момента t на

$$t - \tau_m = z^2/6a^2. \quad (7)$$

Таким образом, масштабы времени и глубины зондирования оказываются связанными. Чем прозрачнее среда для излучения, тем более глубокие слои вносят вклад в $T_{\text{я}}$. Температура этих слоев сформировалась под влиянием условий на поверхности, которые существовали в прошлом. Решение (5) и (6) позволяет восстановить эти условия, т. е. эволюцию $To(t)$ и $Jo(t)$.

Наиболее важным применением уравнений (5) и (6) может стать их использование для восстановления эволюции $To(t)$ и $Jo(t)$ по измерениям временной зависимости $T_{\text{я}}(t)$ на одной длине волны, т. е. осуществление мониторинга температуры и потока тепла поверхности. При этом (5) и (6) следует рассматривать как уравнение Вольтерра 1-го рода с переменным верхним пределом t . А тем самым с учетом (3), (4) решается и задача одноволнового зондирования динамики подповерхностного профиля $T(z,t)$, причем это решение, как это известно для уравнений типа Вольтерра, практически корректно.

Полученные термоэволюционные уравнения могут использоваться также для дистанционного определения параметров почвы (диэлектрической проницаемости, температуропроводности). Измеряя спектр $T_{\text{я}}$, a также динамику температуры поверхности (что также можно делать дистанционным методом с помощью ИК радиометра), на основе (5) можно, например, методом наименьших квадратов оценить параметры, входящие в (5). Точность оценок зависит в данном случае и от вида $To(t)$ (при $To(t) = \text{const}$ $T_{\text{я}} = T_0$ независимо от значений параметров грунта).

2. Решение интегрального уравнения. Задачи восстановления $To(t)$ из (5) или Jo из (6) по спектру $T_{\text{я}}(\lambda)$ представляют собой интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода и являются некорректно по-

ставленными задачами в смысле, [4]. Для их решения необходимо привлечь достаточную априорную информацию о свойствах точного решения. Нами использовался метод регуляризации Тихонова в форме принципа обобщенной невязки [5]. Перепишем (5) в компактном операторном виде

$$AT_0 = T_{\text{я}}^{\delta}, \quad (8)$$

где $T_{\text{я}}^{\delta}$ — измеренная реализация правой части, мера погрешности которой δ оценивается в метрике L_2 (см. [5,6]). Для нахождения приближенного решения $T_0^{\delta}(t)$ уравнения (5) на множестве дифференцируемых функций минимизируется функционал

$$M^{\alpha}(T_0) = \|AT_0 - T_{\text{я}}^{\delta}\| + \alpha \left(\|T_0\|^2 + \left\| \frac{dT_0}{dt} \right\|^2 \right), \quad (9)$$

где $\|X\|$ обозначает норму в пространстве L_2 . Параметр регуляризации α определяется из уравнения обобщенной невязки

$$\rho(\alpha) = \|AT_0^{\delta} - T_{\text{я}}^{\delta}\| - \delta^2 = 0, \quad (10)$$

где T_0^{δ} — функция, минимизирующая (9). Дополнительная априорная информация, например о неотрицательности точного решения, учитывается при минимизации (11) с учетом соответствующих ограничений.

Необходимо подчеркнуть, что при решении рассматриваемой некорректной задачи нельзя установить справедливого во всех ситуациях соотношения между погрешностью измерений и ошибкой восстановления. Это соотношение существенно зависит от вида ядра, от рассматриваемого класса восстанавливаемых распределений, а также от характера распределения и величины самих погрешностей. При уменьшении погрешности измерений точность решения возрастает не пропорционально, как в корректных задачах, а гораздо медленнее. При заданной точности измерений лишь ограниченный набор длин волн является информативным, поскольку из-за сглаживающего действия ядра вариации $T_{\text{я}}$ близки по величине на близких длинах волн. Разность вариаций зависит как от ядра уравнения, так и от вида восстанавливаемой функции. Для данного типа распределений дискретизация измерений по λ , определяется точностью измерений $\delta T_{\text{я}}$ из естественного условия для разности вариаций на соседних длинах волн $\Delta T_{\text{я}}(\Delta\lambda) \geq \delta T_{\text{я}}$.

Из изложенного ясно, что вопросы, связанные с требованиями к точности измерений, набору длин волн, а также оценками погрешности восстановления, могут быть решены только путем численного эксперимента по замкнутой схеме (по модельным распределениям вычисляются яркие температуры, с помощью датчика случайных чисел набрасывается погрешность с заданным распределением; на основе полученных таким образом «данных» решается обратная задача и результаты восстановления сравниваются с исходным распределением). С учетом того, что метод Тихонова уже применялся нами в ряде работ [6-10] решения подобных уравнений, где приведены также и результаты численного моделирования, мы ограничимся изложением некоторых общих выводов и конкретных результатов для условий эксперимента.

При гладком характере ядра (8) качество восстановления определяющим образом зависит от вида восстанавливаемой функции. Функции с одним максимумом или монотонные, равномерно распределенные по интервалу интегрирования, восстанавливаются при уровне погрешности порядка 10% по измерениям на 3—4 длинах волн с точностью 20—30%. Для достижения сравнимой точности восстановления функции с двумя максимумами требования к точности измерений возрастают на порядок, а необходимое число длин волн составляет не менее 10 (см. аналогичный пример в [6]).

Точность решения возрастает, если искать решение в виде отклонения от выбранного из физических соображений «среднего» или «вероятного» распределения $T_0^\circ(t)$. При этом отклонение имеет более простой вид, чем сама функция. Оно может быть выбрано равным нулю на верхнем пределе интеграла, поскольку известно поверхностное значение T_0 , что позволяет выделить часть интеграла, информативную к более удаленным моментам времени. В случае, когда задача решается относительно вариаций, приведенные выше оценки также относятся к соответствующим отклонениям, т. е. для восстановления вариаций $T_0(t)$ с амплитудой 5—10 К с точностью 1—2 К необходимы измерения с точностью 0,2—0,3 К. При таких измерениях набор из трех-четырех длин волн целесообразно формировать таким образом, чтобы интервалы времени, вычисленные путем подстановки глубины скин-слоя $d_c=l/\gamma$ на выбираемых длинах волн в (7), по возможности равномерно перекрывали информативный диапазон восстановления, определяемый максимальной длиной волны. Это условие не очень критично по отношению к небольшим вариациям выбора длин волн.

3. Определение параметров и восстановление суточной динамики температуры поверхности грунта по спектру его яркостных температур. В октябре 1986 г. на Карадагском полигоне НИРФИ (юго-восточный берег Крыма) выполнены непрерывные в течение трех суток измерения яркостных температур почвы на длинах волн 0,8; 3; 9 и 13 см и одновременные контактные измерения температуры ее поверхности $T_0(t)$. При измерениях использовалась специальная методика исключения влияния на яркостную температуру отражения и рассеяния почвы путем расположения приемной антенны под отражающим экраном, подробно описанная в [6,7]. Тем самым исключается неопределенность, вносимая трудноконтролируемым влиянием указанных факторов на вид спектральной зависимости яркостной температуры, и упрощается калибровка измерительной системы. Метод позволяет достичь точности измерения $\delta T_{\text{я}} \sim 0,1\text{—}0,3$ К, необходимой для решения обратных задач. Уравнения (1) и (5) с учетом экранировки приобретают вид (γ не зависит от глубины)

$$T_{\text{я}}(\lambda) = \int_{-\infty}^0 T(z) \gamma(\lambda) e^{\gamma z} dz; \quad (11)$$

$$T_{\text{я}}(\lambda) = \int_{-\infty}^t T_0(\tau) K(\tau, \lambda) d\tau. \quad (12)$$

Как уже отмечалось, термоэволюционное уравнение (12) можно использовать двояко. Так, если известны измеренный спектр $T_{\text{я}}$ и эволюция температуры поверхности $T_0(t)$, можно решать задачу определения параметров γ и a^2 , от которых зависит ядро K (см. (5)). С другой стороны, если известен вид ядра $K(\tau, \lambda)$, на основе (12) решается задача восстановления тепловой истории поверхности $T_0(t)$ по спектру $T_{\text{я}}(\lambda)$. Для исследования достижимых точностей решения каждой из сформулированных задач использовались данные выполненных экспериментов.

Решение задачи определения параметров почвы упрощается следующим обстоятельством. Известно, что для заданной морфологии почвы коэффициент поглощения, диэлектрические параметры и коэффициент температуропроводности, определяющие вид ядра $K(\tau, \lambda)$ в (12), зависят только от влажности почвы m . Соответствующие соотношения приведены в [2,11]. Это обстоятельство позволяет оценить, следовательно, основные параметры почвы по единичному измерению $T_{\text{я}}$ на одной длине волны, хотя более точные результаты получаются на основе применения метода наименьших квадратов ко всему массиву измерений на различных частотах. Можно рассматривать коэффициент температуро-

проводности как независимый параметр и получить параметры m и a^2 из условия

$$\sum_i \left\{ T_{я}(\lambda_i) - \int_{-\infty}^t T_0(\tau) K[\gamma(m), a^2, \tau] d\tau \right\}^2 = \min. \quad (13)$$

Зависимость $\gamma(m)$ известна [1]. На основе изложенного подхода получена оценка влажности почвы $m=10\%$. Значение m , определенное термостатно-гравиметрическим методом, составило $14 \pm 2\%$.

Изложенная методика может представлять интерес для дистанционного определения параметров грунта поверхностного слоя других планет и астероидов. Как правило, в породах этих небесных тел отсутствует вода в свободном состоянии, поэтому они обладают свойствами диэлектрика без дисперсии, для которого $R, \gamma\lambda, = \text{const}$, и ядро (12) $K = K(a^2, \gamma\lambda)$ зависит от двух параметров. Эти параметры, а также коэффициент отражения R можно определить на основе комплексных СВЧ и ИК измерений из условия

$$\sum_i \left\{ T_{я}^{\text{свч}}(\lambda_i, t) - (1-R) \int_{-\infty}^t T_{я}^{\text{ИК}}(\tau) K(a^2, \gamma\lambda, \tau) d\tau \right\}^2 = \min. \quad (14)$$

По значениям R и u определяются диэлектрические параметры ϵ' и ϵ'' среды, а по ϵ' можно оценить плотность грунта [12].

Рассмотрим задачу восстановления тепловой истории $T_0(t)$ на основе решения (12) методом Тихонова. На протяжении эксперимента почва имела однородно увлажненный характер, что позволило применить выражения для однородного полупространства. Толщины скин-слоя на использованных длинах волн примерно равномерно перекрывали слой глубиной порядка 15 см. Согласно оценкам по выражению (7) основные температурные контрасты, связанные с суточной динамикой поверхностной температуры, охватывают слой почвы толщиной 15—20 см. Поскольку глубина зондирования перекрывает этот слой, есть все предпосылки для решения задачи восстановления суточной динамики поверхностной температуры почвы по данным измерений $T_{я}(\lambda)$. Сопоставление результатов восстановления с данными прямых контактных измерений $T_0(t)$ показывает возможности и точность решения задачи.

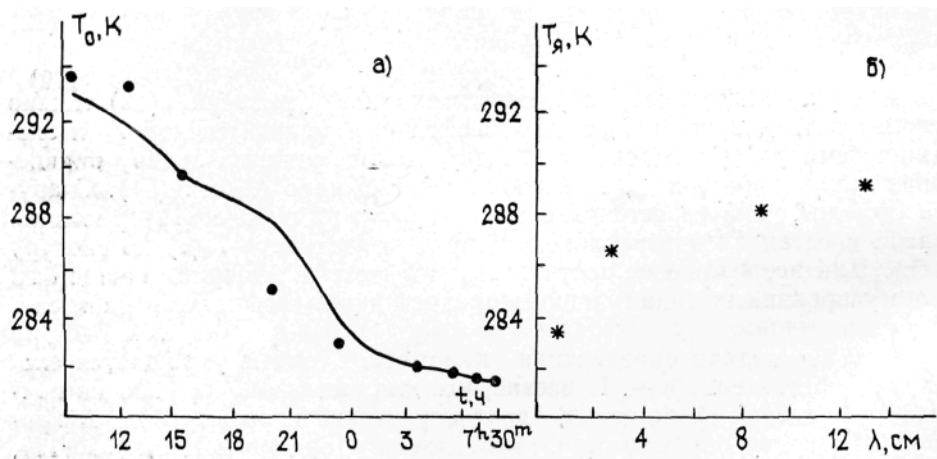


Рис. 1. Восстановление эволюции температуры поверхности грунта $T_0(t)$ по измерениям $T_{я}(\lambda)$ в $7^{\text{h}}30^{\text{m}}$ 6.10.86 г.:

б) измеренные значения $T_{я}(K)$.

На рис. 1. 2 представлены результаты восстановления $T_0(t)$ на ос-

нове решения уравнения (12) по измерениям T_{λ} (λ) в моменты времени $7^{\text{h}}30^{\text{m}}$ (рис.1) и $12^{\text{h}}20^{\text{m}}$ (рис. 2) 6.10.87 г. На рис. 1 показано восстановление монотонного ночного охлаждения почвы, а на рис. 2 — немонотонная эволюция температуры поверхности, включая период потепления после восхода Солнца и предшествовавший ему период ночного похолодания. При восстановлении методом Тихонова использовалось ограничение $T_0(t) < 20^{\circ}\text{C}$.

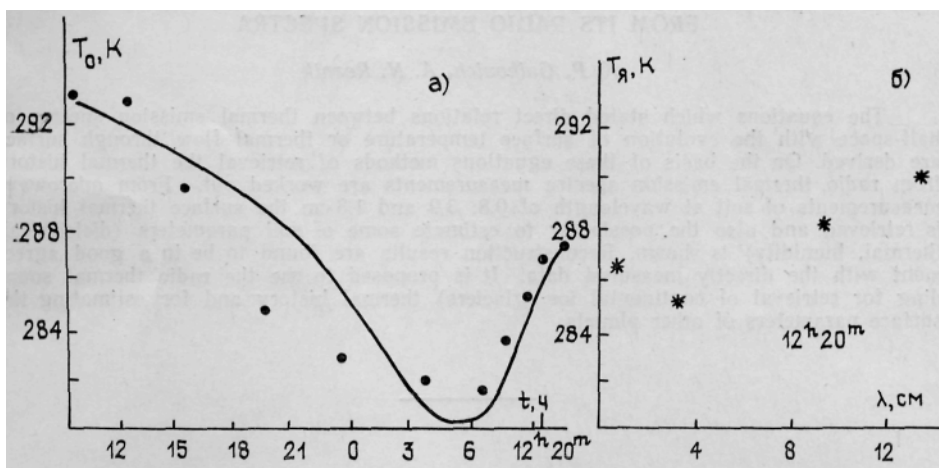


Рис. 2. Восстановление $T_0(t)$ по измерениям $T_{\lambda}(\lambda)$ в $12^{\text{h}}20^{\text{m}}$ 6.10.86 г. Обозначения аналогичны рис. 1.

Отмечая среди возможных применений метода перспективы восстановления тепловой истории на поверхности материковых ледников в отдаленную эпоху, следует подчеркнуть, что эта задача полностью эквивалентна рассмотренной выше задаче зондирования почвы с точки зрения принципиальных возможностей метода и отличается лишь масштабами глубины и времени. Известно, что задачи теплопроводности эквивалентны, если при изменении масштаба глубины в n раз масштаб времени изменяется в n^2 раз, т. е. $T(z, t) = T(nz, n^2t)$ (см., например, [3]).

Развитые методы могут применяться в планетной радиоастрономии, а также для объектов другой природы, формы и в других спектральных диапазонах.

Авторы признательны Д.М.Гордееву за помощь при измерениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шутко А. М. СВЧ радиометрия водной поверхности и почвогрунтов.—М.: Наука, 1986.
2. Чудновский А. Ф. Теплофизика почв.—М.: Наука, 1976.
3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1977.
4. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979.
5. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А.Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация.—М.: Наука, 1983.
6. Гайкович К. П., Резник А. М., Сумин М. И., Троицкий Р. В. Препринт НИРФИ № 214. Горький, 1986.
7. Гайкович К. П., Резник А. Н., Сумин М. И., Троицкий Р. В. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1987. Т. 23. № 7. С. 761.
8. Василенко Н.А., Гайкович К.П., Сумин М. И. // ДАН СССР. 1986. Т. 290. № 6. С. 1332.
9. Гайкович К. П., Сумин М. И. //Тезисы докл. 7-го Всесоюзного совещания по радиометеорологии. — М., 1986. С. 6.
10. Гайкович К. П., Сумин М. И., Троицкий Р. В. // Радиофизика. 1988. Т. 31. № 9, С. 1104.

11 Hallikainen M. T., Ulaby F. T., El-Rayes M. A., Wu L. // IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing. 1985. V. 23. № 1. P. 25. 12. Кротиков В. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 1962. Т. 5. № 6. С. 1057.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
4 мая 1988 г.

RETRIEVAL OF SURFACE THERMAL HISTORY OF MEDIA FROM ITS RADIO EMISSION SPECTRA

K. P. Gaikovich, A. N. Reznik

The equations which stated direct relations between thermal emission spectra of half-space with the evolution of surface temperature or thermal flow through surface are derived. On the basis of these equations methods of retrieval the thermal history from radio thermal emission spectra measurements are worked out. From microwave measurements of soil at wavelength of 0,8; 3,9 and 1,3cm the surface thermal history is retrieved and also the possibility to estimate some of soil parameters (dielectrical, thermal, humidity) is shown. Reconstruction results are found to be in a good agreement with the directly measured data. It is proposed to use the radio thermal sounding for retrieval of continental ice (glaciers) thermal history and for estimating the surface parameters of other planets.