

УДК 551. 575: 551. 543: 551. 521. 9

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В ТРОПОСФЕРЕ ПО МНОГОЧАСТОТНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ В ЛИНИИ O<sub>2</sub>

*К. П. Гайкович, А. В. Троицкий*

На основе спектрального анализа временной динамики теплового радиоизлучения атмосферы на частотах 53,5; 54,0; 54,5; 55,0 ГГц установлены частоты наблюдаемых внутренних гравитационных волн (ВГВ) и их вклад в изменчивость яркостных температур. Развита методы восстановления высотного распределения возмущения температуры ВГВ по спектральным амплитудам их вклада в яркостную температуру при многочастотных измерениях в линии O<sub>2</sub>.

**1. Внутренние гравитационные волны в пограничном слое атмосферы.**

Источниками ВГВ являются атмосферные фронты, мезомасштабные процессы, препятствия на пути ветра (горы), штормы, а также тектонические процессы. ВГВ могут распространяться в устойчиво стратифицированном слое воздуха на большие расстояния от источников (сотни и тысячи километров) практически без затухания, перенося при этом значительную энергию.

В устойчиво стратифицированном слое, т. е. когда для градиента температуры  $\gamma = dT/dz$  имеет место  $\gamma > \gamma_a$ , где  $\gamma_a = 9,8$  К/км - адиабатический градиент, уравнение для вертикальной скорости смещения частиц ВГВ в приближении Бусинеска имеет вид

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \Delta W + N^2 \Delta_1 W = 0, \quad (1)$$

где

$$N^2 = - \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{g}{T} (\gamma - \gamma_a). \quad (2)$$

Здесь  $N$  - частота Брента - Вайсяля, составляющая обычно от единиц до десятков минут,  $g$  - ускорение свободного падения,  $\rho$  - плотность воздуха,  $T$  - температура. Распространяются ВГВ с частотами  $\omega \leq N$  и вертикальным масштабом, сравнимым с толщиной устойчивого слоя. При волноводном распространении над земной поверхностью нулевым граничным условиям для устойчивого слоя соответствует решение (1) для амплитуды основной моды

$$W = W_0 \sin \frac{\pi}{\Delta z} z, \quad (3)$$

где  $\Delta z$  - толщина устойчивого слоя атмосферы. Процесс волновых колебаний в ВГВ близок к адиабатическому, т. е. смещение некоторого объема воздуха на величину  $\Delta z$  приводит к изменению его температуры на величину  $\Delta T = \gamma_a \Delta z$ , а температуры на уровне  $z$ , куда сместился этот объем, на величину  $\Delta T = (\gamma_a - \gamma) \Delta z$ . При  $\Delta z = 100$  м величина  $\Delta T$  может составлять единицы градусов, что позволяет обнаруживать колебания температуры в ВГВ по соответствующим изменениям теплового

радиоизлучения атмосферы в линиях поглощения  $O_2$  с резонансами на длинах волн  $\lambda = 5$  мм и  $\lambda = 2,6$  мм. При наблюдении ВГВ с частотой  $\omega$  из (3) легко получить, предполагая, что вертикальный масштаб колебаний меньше  $\Delta z$ , выражение для вертикального профиля амплитуды периодического возмущения температуры:

$$\Delta T(z) = \frac{W_0}{\omega} (\gamma_a - \gamma) \sin \frac{\pi}{\Delta z} z. \quad (4)$$

Периоды ВГВ составляют обычно единицы минут, длина волны - несколько километров. В реальной атмосфере распределение  $\Delta T(z)$  может иметь более сложный характер, чем (4), из-за возможной высотной зависимости градиента температуры, а также в случаях, когда возмущение является сильным, что приводит к опрокидыванию волн, возникновению ячейковой циркуляции, и приводит к не одномерной задаче.

**2. Вариации теплового радиоизлучения атмосферы при распространении ВГВ.** Выражение для яркостной температуры теплового радиоизлучения атмосферы при наземных измерениях на длине волны  $\lambda$  и в направлении с зенитным углом  $\theta$  имеет вид

$$\begin{aligned} T_{\text{я}}(\lambda, \theta) &= \frac{1}{\cos \theta} \int_0^{\infty} T(z) \kappa(z, \lambda) \exp\left(-\frac{1}{\cos \theta} \int_0^z \kappa(z', \lambda) dz'\right) dz = \\ &= \int_0^{\infty} T(z) K(\lambda, z) dz, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\kappa(z, \lambda)$  - коэффициент поглощения.

Хорошо известны возможности восстановления высотного профиля  $T(z)$  по данным угломестных или спектральных измерений в линии  $O_2$  на основе решения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода (5) [2,3]. Физической основой решения является тот факт, что толщина слоя, в котором формируется излучение, зависит от длины волны и угла места наблюдения, а интенсивность излучения пропорциональна температуре воздуха. Следует отметить, что, хотя уравнение (5) некорректно и требует использования дополнительной априорной информации о свойствах точного решения, показана возможность восстановления особенностей распределения  $T(z)$  в пограничном слое воздуха, включая ситуации инверсии [3], когда особенно вероятно распространение ВГВ. В принципе, можно восстанавливать вариации  $T(z)$  в ВГВ непосредственно из измерений  $T_{\text{я}}$  на ряде длин волн или зависимости  $T_{\text{я}}(\theta)$ . Однако амплитуда колебаний  $T_{\text{я}}$  обычно не превышает несколько десятых градусов Кельвина, что сравнимо с уровнем флуктуационной чувствительности радиометра ( $\sim 0,3$  К при постоянной интегрирования  $t = 4$  с). Иногда, хотя и редко, отмечаются случаи мощных колебаний  $T_{\text{я}}$ , которые и регистрировались в первых наблюдениях ВГВ [4].

На рис.1 (см. на вклейке) представлены примеры наблюдений ВГВ на частоте 53,5 ГГц (1 - в случае изотермической стратификации ( $\gamma \approx 0$  К/км); 2 - при инверсионной стратификации ( $\gamma = 50$  К/км)). Для регистрации же большинства ВГВ требуется большая чувствительность; обнаружение затрудняют также турбулентные флуктуации теплового радиоизлучения, которые также могут быть одного порядка с эффектом, обусловленным наличием волнового процесса. Увеличивать чувствительность путем увеличения времени интегрирования затруднительно, поскольку заранее не известен период ВГВ. Эффективным методом в данном случае может быть спектральный анализ наблюдаемой динамики  $T_{\text{я}}(t)$ , позволяющий при наличии периодической

составляющей в  $T_{\text{я}}$  уверенно выделить ее на фоне широкого спектра турбулентных флуктуации излучения и шумов радиометра. Независимый анализ динамики  $T_{\text{я}}$  на различных длинах волн позволяет увеличить значимость обнаружения ВГВ, а также дает возможность восстановить высотное распределение амплитуды колебаний  $T$  ( $T$ ) на основе решения соответствующей обратной задачи. Одновременно из решения задачи для постоянной составляющей  $T(z)$  восстанавливается стратификация температуры, по которой можно сделать оценки условий распространения наблюдаемых ВГВ. Угломестный способ восстановления ВГВ ограничен из-за необходимости выполнять измерения в направлении по азимуту, перпендикулярном направлению распространения ВГВ. Идея обнаружения ВГВ на основе спектрального анализа измерений применялась в работе [5], однако там зависимость  $T_{\text{я}}(t)$  рассматривалась как случайный процесс, определялись автокорреляционная функция  $T_{\text{я}}$  и путем ее фурье-преобразования спектр мощности  $T_{\text{я}}$ . Спектр мощности  $T_{\text{я}}$  позволяет судить о наличии волнового процесса, однако эта физическая характеристика не имеет простой связи с высотным распределением возмущения температуры, что не позволило авторам, несмотря на наличие многочастотных измерений, продвинуться дальше задачи обнаружения ВГВ и перейти к восстановлению высотной структуры колебаний температуры.

Рассматривая фурье-разложение самой зависимости  $T_{\text{я}}(t)$ , можно получить уравнение связи соответствующих компонент этого разложения с компонентами фурье-разложения  $T(z, t)$ . Имеем

$$T_{\text{я}}(\lambda, t) = \int_0^{\infty} T(z, t) K(\lambda, z) dz = \sum_{i=1}^{\infty} T_{\text{я}}(\omega_i, \lambda) \cos(i\omega t) + T_{\text{я}}^0(\lambda), \quad (6)$$

где  $\omega_j = i\omega$ ,  $T_{\text{я}}^0$  - постоянная составляющая  $T_{\text{я}}$ . Аналогично представим  $T(z, t)$  в виде

$$T(z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} T(\omega_i, z) \cos(i\omega t) + T^0(z). \quad (7)$$

Компоненты  $T_{\text{я}}(\omega_j, \lambda)$  определяются из

$$T_{\text{я}}(\omega_i, \lambda) = \int_0^{\pi/\omega} T_{\text{я}}(\lambda, t) \cos(i\omega t) dt, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

Временной интервал, на котором разлагается  $t_m = \pi/\omega$  выбирается достаточно большим, так что  $\omega \ll N$ , и среди слагаемых ряда (6) будут гармоники, заведомо близкие к частоте  $n$ . Тогда, очевидно,

$$T_{\text{я}}(\omega_i, \lambda) = \int_0^{\infty} T(\omega_i, z) K(\lambda, z) dz, \quad (9)$$

что является аналогом (5) для спектральных компонент  $T_{\text{я}}$  и  $T(z)$ . Для постоянных составляющих имеем

$$T_{\text{я}}^0(\lambda) = \int_0^{\infty} T^0(z) K(\lambda) dz. \quad (10)$$

На основе (9) и (10) возможна Постановка задачи определения спектральной амплитуды ВГВ  $T(\omega_j, z)$  и стратификации  $T^0(z)$ , по которым легко восстанавливается и само распределение  $T(z, t)$  из (7). При

удовлетворяет неравенству

$$\delta^2 T_{\text{я}} \leq \|KT - T_{\text{я}}^{\delta}\|_{L_2}^2 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} [T_{\text{я}}(\lambda) - T_{\text{я}}^{\delta}(\lambda)]^2 d\lambda, \quad (12)$$

$T_{\text{я}}(\lambda)$  соответствует точному решению  $T(z)$ . При решении (11) приходится иметь дело не с точным ядром  $K$ , а с приближенным ядром  $K_h$  мера погрешности которого  $h$  оценивается из

$$h \geq \sup \frac{\|KT - K_h T\|}{\|T\|}. \quad (13)$$

Это происходит как из-за дискретизации задачи при ее численном решении, так и из-за некоторой нелинейности ядра  $K$ , обусловленной слабой зависимостью коэффициента поглощения радиоволн от температуры. Следует также отметить, что сглаживающее действие ядра ограничивает класс возможных реализаций  $T_{\text{я}}(\lambda)$  и при наличии случайной погрешности функция  $T_{\text{я}}^{\delta}$  может выйти из допустимого

несовместности удовлетворяет

$$\mu = \inf \|K_h T - T_{\text{я}}^{\delta}\|. \quad (14)$$

Очевидно, имеет место

$$\mu \leq \delta T_{\text{я}} + h\|T\|. \quad (15)$$

Уравнение (11) относится к типу уравнений Фредгольма 1-го рода, решение которых, как известно, является некорректной задачей, т.е. при решении (11) без использования достаточной дополнительной априорной информации о виде распределения  $T(z)$  малым значениям погрешности  $\delta T_z$  соответствуют сколь угодно большие ошибки определения  $T(z)$ , говорят, что оператор, обратный вполне непрерывному оператору  $K$ , неограничен. От вида используемой априорной информации зависит выбор конкретного алгоритма решения (11). Уравнение для периодической составляющей нельзя, к сожалению, решать с применением статистической информации о ее среднем значении и ковариационной функции, как это с успехом делается для постоянной составляющей, о которой для большинства климатических условий имеются обширные аэрологические данные. Поэтому для решения задачи использовался метод Тихонова в форме принципа обобщенной невязки, использующий информацию о гладкости точного решения [6]. Возможности применения этого метода для радиометрического зондирования профилей температуры в пограничном слое рассмотрены в [7].

Согласно [6] для нахождения приближенного решения (ii) необходимо минимизировать на множестве дифференцируемых функций

$$\begin{aligned} M^{\alpha}(t) = \|K_h T - T_{\text{я}}^{\delta}\|_{L_2}^2 + \alpha \|T\|_{W_2^1}^2 = \int_{\lambda_2}^{\lambda_1} \left[ \int_0^{\infty} K_h(\lambda, z) T(z) dz - T_{\text{я}}^{\delta}(\lambda) \right]^2 d\lambda + \\ + \alpha \int_0^{\infty} \left[ T^2(z) + \left( \frac{dT}{dz}(z) \right)^2 \right] dz, \end{aligned} \quad (16)$$

$\|x\|_{W_2^1}$  - обозначает норму функции  $x$  как элемента пространства  $L_2$  или  $W_2^1$

(определения см. в [6]). При этом показано, что если параметр регуляризации согласован с погрешностью измерений определенным образом, в частности, если он определяется как корень одномерного нелинейного уравнения обобщенной невязки

$$\rho(\alpha) = \|K_h T^\alpha - T_\gamma^\delta\|_{L_2}^2 - (\delta T_\gamma + h \|T^\alpha\|)^2 - \mu^2 = 0, \quad (17)$$

где  $\|T\|_{W_2^1}^2 = \int_0^\infty (|T(z)|^2 + |T'(z)|^2) dz$ , то при  $\delta T_\gamma \rightarrow 0$  приближенное

решение  $T^\alpha$  равномерно стремится к точному решению  $T(z)$ , что составляет большое преимущество рассматриваемого метода по сравнению с большинством других методов, сходимость решений для которых, как правило, доказать не удается. Минимизация выпуклого функционала (16) осуществляется градиентными методами, которые представляют собой хорошо изученные с вычислительной точки зрения задачи квадратичного программирования. Мера несовместности  $\mu$  определяется в процессе минимизации (17) и для рассматриваемой задачи обычно  $\mu \ll \delta T_\gamma$ , мера погрешности ядра  $K$  также находится путем численного эксперимента. В данном случае  $h$  определяется нелинейностью уравнения, связанной с температурной зависимостью ядра  $K$ , и величина соответствующей погрешности  $h \|T\|$  в (17) составляет для различных функций  $T(z)$  от  $10^{-6}$  до  $3 \cdot 10^{-2}$  К.

Метод позволяет гибко использовать и дополнительную информацию о точном решении  $T(z)$  в виде ограничений, если известно, что точное решение заведомо больше (или меньше) некоторой функции, или если функция финитна и известен ее носитель. Более точное решение можно получить, если существует возможность искать решение как отклонение от "среднего" модельного или "вероятного" распределения [7].

При решении некорректной задачи нельзя установить справедливые во всех случаях соотношения между погрешностью измерения и ошибкой восстановления. Необходим численный эксперимент по замкнутой схеме, который позволяет судить о качестве восстановления для рассматриваемого класса точных решений и для рассматриваемого типа погрешностей, а также позволяет выбрать оптимальные параметры (набор длин волн и их число) измерений.

В рассматриваемом случае об интервалах высот, на которых возможно существование возмущения  $T(z)$ , можно судить по профилю постоянной составляющей  $r^\circ(z)$ . В качестве дополнительной информации можно использовать условие неотрицательности  $T^\circ(z)$ . Численные эксперименты (см. рис. 3а) позволили установить, что для распределений типа (4) с амплитудой 0,5 К при точности измерения  $\delta T_\gamma = 0.01-0.03$  К восстановленные профили по форме близки к исходным; погрешность определения амплитуды составляет  $\sim 0,2$  К. Аналогичные возмущения на высотах больше 1 км (рис. 3б) восстанавливаются хуже и требуют более высокой точности ( $\sim 0,015$  К), причем такая точность находится уже на уровне погрешности  $h \|T\|$ , вносимой температурной зависимостью ядра (на рис. 3 кривые 1 - исходные профили, кривые 2 - восстановленные). Число используемых длин волн вполне достаточно при существующем уровне погрешности, однако при зондировании слоя 0 - 1 км целесообразно выбирать их значения ближе к резонансу кислородного спектра либо осуществлять наклонные измерения при значениях  $\theta \approx 70-80^\circ$ . Полученные результаты вполне согласуются с результатами в близком по физической ситуации случае, рассмотренном в [7].

В анализируемой задаче есть возможность альтернативного подхода

к решению, поскольку известен точный теоретический вид высотного распределения амплитуды ВГВ (4), хотя, разумеется, следует иметь в виду, что заложенные при выводе (4) предположения в реальной атмосфере выполняются лишь приближенно. Тем не менее, подставив (4) в (9), можно получить систему уравнений на разных длинах волн относительно параметров синусоидального возмущения. Перепишем (4) в форме

$$T(z) = A \sin\left(\pi \frac{z - h_0}{\Delta h}\right), \quad h \leq z \leq h_0 + \Delta h \quad (18)$$

с учетом возможности существования ВГВ в слое  $h_0 < z < h_0 + \Delta h$ . Тогда соответствующая система уравнений примет вид

$$T_{Я}(\lambda_n) = \int_0^{\infty} A \sin\left(\pi \frac{z - h_0}{\Delta h}\right) K(\lambda_n, z) dz. \quad (19)$$

Формально для определения трех неизвестных параметров (18) достаточно трех длин волн наблюдений. С учетом погрешностей полезно использование и большего числа длин волн с применением, например, метода наименьших квадратов. Поскольку интеграл в (19) нельзя взять аналитически, соответствующая задача решалась численно путем перебора значений параметров  $A$ ,  $h_0$  и  $\Delta h$  соответственно в интервалах

0,1 ÷ 0,2 К, 0 ÷ 2 К/км, 0,5 ÷ 4 км с дискретизацией 0,1 К, 0,1 К/км, 0,1 км соответственно. Решениями считались функции (18), удовлетворяющие условиям

$$T_{Я}(\lambda_n) \leq \delta T_{Я}, \quad n = 1 - 4. \quad (20)$$

4. Результаты восстановления. Из результатов восстановления двумя рассмотренными выше методами профилей амплитуд колебаний температуры в ВГВ, представленных на рис.4 (а - восстановление методом Тихонова, б - семейства решений (заштрихованные области), удовлетворяющие (20) для модели (18)), видно, что волновые процессы на двух различных частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$  действительно локализуются в различных слоях по высоте и их характерные масштабы согласуются со структурой постоянной составляющей температурного профиля  $T^0(z)$  (см. рис. 2б). В слое 0 - 1 км существует процесс с характерным периодом  $\lambda_1 = 350$  с. Высотные распределения амплитуды колебаний в этом слое, восстановленные двумя разными методами, близко совпадают (см. рис. 4а, б, кривые 1).

В слое выше 1 км также существует волновой процесс, но с другим характерным периодом  $\lambda_2 = 450$  с, который соответствует другому градиенту температуры. Как уже отмечалось, точность восстановления при одинаковом уровне погрешностей измерения уменьшается с ростом высоты, поэтому восстановление двумя методами обнаруживает больший разброс значений. Однако оба метода согласуются в том, что процесс локализован в основном на высотах больше 1 км (см. рис. 4а, б, кривые 2). Следует отметить, что чисто синусоидальный процесс типа (18) удается согласовать с измерениями на основе (20), полагая  $\delta T_{Я}$  не менее 0.06 К, тогда как метод Тихонова дает решение при более реальной оценке  $\delta T_{Я} = 0.03$  К. Есть основания полагать, что форма процесса в слое 1 - 6 км может отличаться от синусоидальной, поскольку плотность воздуха существенно уменьшается с ростом высоты, что не учитывается при выводе (3).

По амплитудам колебаний температуры из (4) можно оценить амплитуды колебаний вертикальной скорости и смещения воздуха в ВГВ, описываемые соотношением (3). Для слоя 0 - 1 км  $W_0 = T_{\max} \omega / (\gamma_a - \gamma) =$

= 1,1 м/с, а амплитуда смещения  $A = w_0/\omega = 60$  м. В слое 1 - 6 км, соответственно,  $W_0 = 3.2$  м/с and  $A = 250$  м.

Оценки согласуются с характерными параметрами ВГВ.

Полученные результаты показывают возможности использования многочастотных радиометрических измерений для обнаружения и определения вертикальной структуры и параметров ВГВ даже в сложных случаях, когда процесс существует одновременно в разных высотных интервалах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М., Гончаров В. В. Введение в механику сплошных сред. - М.: Наука. - 334 с.
2. Алешин В. И., Наумов А. П. и др. //Изв. вузов. Радиофизика. 1977.Т.20. N 2. С.193.
3. Троицкий А. В. //Изв. Вузов. Радиофизика. 1986. Т.26. N 8. С.878.
4. Троицкий А. В. //Тезисы докл. Всесоюзного симпозиума по распространению миллиметровых и субмиллиметровых волн в атмосфере. - Фрунзе, 1986. с.139.
5. El-Raeys M. //Radio Sci. 1982. V.17. N 14. P.766.
6. Тихонов А. Н., Гончарский А. В. и др. Регулирующие алгоритмы и априорная информация. - М.: Наука, 1983. - 200 с.
7. Гайкович К. П., Сумин М. И. //Тезисы докл. Всесоюзного совещания по радиометеорологии. - М., 1986. С.6.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт

Поступила в редакцию  
3 ноября 1989 г.

HIGH STRUCTURE RETRIEVAL OF ATMOSPHERIC WAVES IN THE TROPOSPHERE  
BY MULTIFREQUENCY MEASUREMENTS IN SPECTRAL O<sub>2</sub> LINE

*K.P.Gaikovich, A. V. Troitzkij*

Frequencies and brightness temperature variations related with atmospheric waves have been derived from spectra analysis of thermal emission on 53,5; 54,0; 54,5 and 55 GHz. Methods for retrieval of temperature disturbance high profile related with atmospheric waves are proposed. These methods are based on the analysis of brightness temperature spectral amplitudes derived from multifrequency measurements in O<sub>2</sub> spectral line.

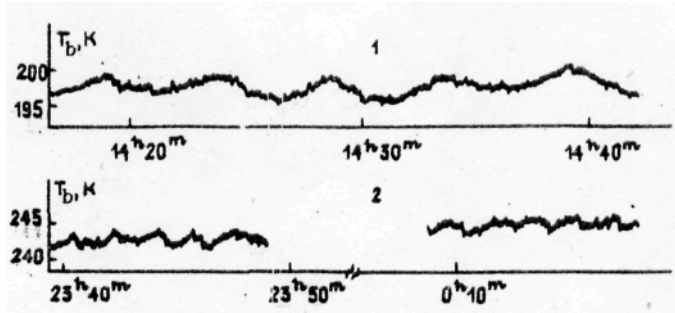


Fig. 1

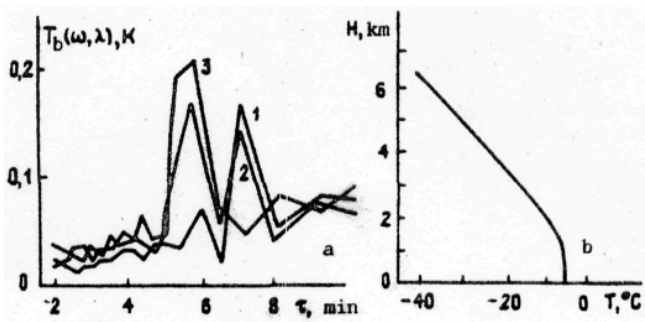


Fig. 2

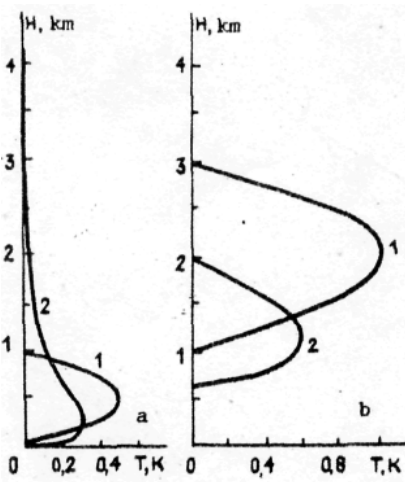


Fig. 3

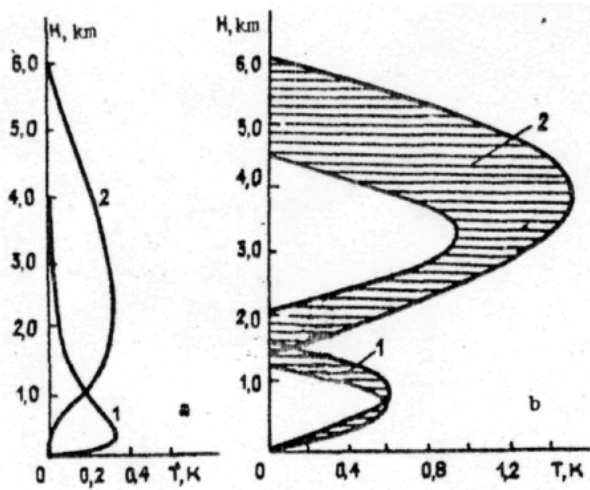


Fig. 4