

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ АТМОСФЕРНОЙ РЕФРАКЦИИ ПРИ ИЗМЕРЕНИЯХ С РАЗЛИЧНЫМИ ТРАССАМИ ЛУЧА<sup>1</sup>

К.П.Гайкович, М.Б.Черняева

Получены интегральные соотношения, связывающие между собой рефракцию, измеренную с земной поверхности при положительных углах места (астрономическая рефракция), рефракцию, измеренную со спутника при отрицательных углах места на просвет (лимбовая рефракция), а также рефракцию, измеренную методом погружения, когда источник или приемник излучения изменяет свое положение в атмосфере.

## 1. Введение.

В настоящее время большое внимание уделяется возможностям дистанционного зондирования атмосферы – восстановлению высотных профилей показателя преломления и других параметров атмосферы по измеренным характеристикам излучения космических источников. Разработаны методы восстановления профиля показателя преломления в различных геометрических схемах приема излучения: по лимбовым измерениям рефракции с ИСЗ [1-22], по наземным измерениям астрономической рефракции [23-30], и по измерениям рефракции методом погружения [31-32]. Некоторые из перечисленных задач являются некорректными, и для их решения необходимо привлечение дополнительной априорной информации о виде решения. Интерес представляет сравнение данных, полученных в различных схемах измерений, поскольку современные навигационные системы позволяют проводить одновременные измерения на самых различных трассах. При этом в каждой из схем измерений имеются свои преимущества и недостатки. Так, при лимбовых измерениях, обладающих хорошей разрешающей способностью по высоте (геоцентрическому расстоянию), рефракция формируется на масштабе порядка 1000 км в горизонтальном направлении. Наземные измерения имеют плохое разрешение по высоте, зато лучше привязаны к месту измерений. Измерения методом погружения могут дать хорошую разрешающую способность, как в вертикальном, так и в горизонтальном направлении. Каждый из этих методов измерений связан со своими специфическими погрешностями.

---

<sup>1</sup> Работа выполнялась при поддержке Минобрнауки России, грант № 97-0-8.1-27.

В частности, различается вклад в измерения горизонтальных неоднородностей показателя преломления, который должен рассматриваться как ошибка измерений при восстановлении высотных профилей в рамках сферически-симметричной модели атмосферы.

Для правильного сравнения результатов рефрактометрических методов необходимо знать, с какой точностью согласуются измерения рефракции для различных трасс. Целью данной работы является вывод соотношений, связывающих значения рефракции в различных схемах измерения, которые позволяли бы пересчитывать их друг в друга и учитывать выявляемые при этом расхождения при использовании рефрактометрических данных для дистанционной диагностики высотных распределений атмосферных параметров.

## 2. Исходные соотношения

Для достижения сформулированных выше целей используются исходные интегральные соотношения для угла рефракции, измеряемого для соответствующих трасс, и формулы их обращения относительно высотного профиля индекса рефракции, полученные при решении обратных задач.

*Обратная задача астрономической рефракции.*

В качестве исходного уравнения используется интегральное уравнение типа Фредгольма 1-го рода для астрономической рефракции  $\varepsilon$  в зависимости от угла места прихода луча  $\theta$

$$\varepsilon(p_\theta) = -10^{-6} p_\theta \int_{p_0}^{p_{\max}} \frac{dN}{dp}(p) \frac{dp}{\sqrt{p^2 - p_\theta^2}}, \quad (1)$$

где  $p = n(r)r$ ,  $n$  – показатель преломления атмосферы,  $r = r_0 + h$  – геоцентрическое расстояние,  $h$  – высота над земной поверхностью,  $p_0 = n(r_0)r_0$ ,  $r_0$  – радиус Земли,  $p_\theta = n(r_0)r_0 \cos\theta$ ,  $N = 10^6 (n - 1)$  – индекс рефракции. Профиль  $N(p)$  пересчитывается в профиль  $N(h)$  из соотношения

$$h = p / (1 + 10^{-6} N(p)) - r_0.$$

Геометрическая схема измерений представлена на рис. 1.

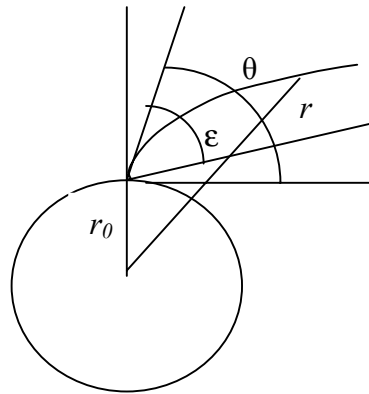


Рис. 1

Если же исходное интегральное соотношение (1) для астрономической рефракции взять по частям,

$$\tilde{\varepsilon}(p_\theta) = \int_{p_0}^{p_{\max}} N(p) \frac{pp_\theta dp}{(p^2 - p_\theta^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

где

$$\tilde{\varepsilon}(p_\theta) = -10^6 \varepsilon(p_\theta) + p_\theta \frac{N(p_0)}{\sqrt{p_0^2 - p_\theta^2}}, \quad (3)$$

то выделенным оказывается приземное значение индекса рефракции  $N_0 = N(p_0)$ .

Формулу обращения для обратной задачи восстановления высотного профиля индекса рефракции из решения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода (2) невозможно получить в явном виде. Известно, что такая задача является некорректной, и для ее решения используются различные методы регуляризации [23-30].

*Обратная задача рефракции для случая лимбовых измерений.*

При лимбовой схеме, когда измерения осуществляются на просвет, и измеряется зависимость рефракции от геоцентрического расстояния точки перигея луча, исходным для анализа является интегральное уравнение типа Абеля

$$\varepsilon_L(p_h) = 2 \cdot 10^{-6} p_h \int_{p_h}^{p_{\max}} \frac{dN}{dp}(p) \frac{dp}{\sqrt{p^2 - p_h^2}}, \quad (4)$$

где  $p_h = n(r_h)r_h$ ,  $r_h = r_0 + h$  – геоцентрическое расстояние точки перигея луча. Последнее является корректным в случае, когда зависимость рефракции от прицельного параметра известна на всем интервале восстановления профиля индекса рефракции, и имеет точное решение для профиля индекса рефракции в виде обратного преобразования Абеля [1-22]:

$$N(p) = 10^6 \int_p^{p_{\max}} \varepsilon_L(p_h) \frac{dp_h}{\pi \sqrt{p_h^2 - p^2}}. \quad (5)$$

Геометрия измерений представлена на рис. 2.

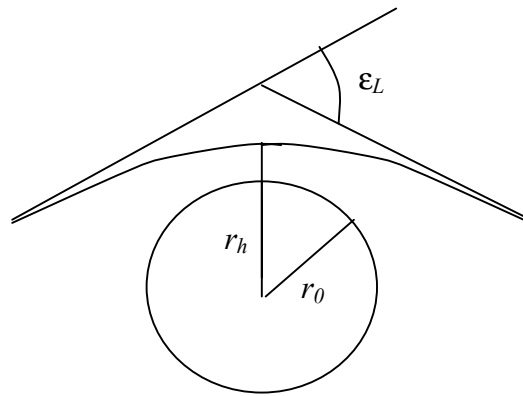


Рис.2

### 2.3. Обратная задача рефракции в методе погружения.

Обратная задача рефракции в схеме метода погружения (когда приемник или передатчик меняют свое положение в исследуемой атмосфере, и измеряется зависимость рефракции от их высоты) сводится к восстановлению профиля индекса рефракции из уравнения [31-32]:

$$\varepsilon(p_h) = -10^{-6} \int_{p_h}^{p_{\max}} \frac{dN}{dp}(p) \frac{p_0 \cos \theta dp}{\sqrt{p^2 - p_0^2 \cos^2 \theta(p_h)}}, p > p_h. \quad (6)$$

Это уравнение имеет формулу обращения для случая постоянной величины угла места прихода луча  $\theta$  [31] :

$$N(p) = -10^6 \int_p^{p_{\max}} \frac{d\varepsilon(p_h) \sqrt{p_h^2 - p_0^2 \cos^2 \theta(p_h)}}{dp_h p_0 \cos \theta} dp_h. \quad (7)$$

Геометрическая схема измерений представлена на рис. 3.

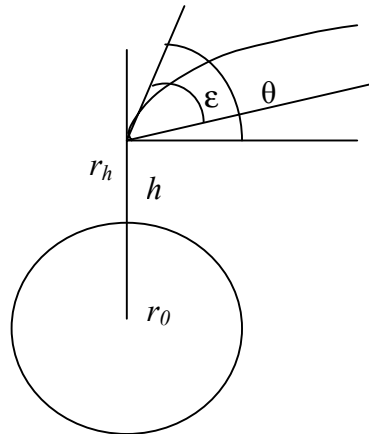


Рис. 3

### 3. Связь углов рефракции для различных схем измерения.

Рассмотрим задачу определения взаимосвязи астрономической рефракции и рефракции, измеренной в лимбовой геометрии. Чтобы найти такую взаимосвязь необходимо воспользоваться выражениями (1) и (5). Если подставить предварительно проинтегрированный по частям профиль индекса рефракции (5)

$$N(p) = -\frac{10^6}{\pi} \int_p^{p_{\max}} \varepsilon_L'(p_h) \text{Arch} \frac{p_h}{p} dp_h$$

в уравнение для астрономической рефракции (1) и поменять порядок интегрирования, получается выражение:

$$\varepsilon(p_\theta) = -\frac{p_\theta}{2\pi} \int_{p_0}^{p_{\max}} \varepsilon_L'(p_h) p_h dp_h \int_{p_0}^{p_h} \frac{dp}{p \sqrt{p_h^2 - p^2} \sqrt{p^2 - p_\theta^2}},$$

и внутренний интеграл оказывается возможным взять в явном виде. В результате получается искомое соотношение, связывающее астрономическую рефракцию  $\varepsilon$  и рефракцию для случая лимбовых измерений  $\varepsilon_L$ :

$$\varepsilon(p_\theta) = -\frac{1}{2\pi} \int_{p_0}^{p_{\max}} \frac{d\varepsilon_L(p_h)}{dp_h} \left( \frac{\pi}{2} \arcsin \frac{(p_h^2 + p_\theta^2)p_0^2 - 2p_h^2 p_\theta^2}{p_0^2(p_h^2 - p_\theta^2)} \right) dp_h. \quad (8)$$

или после интегрирования по частям

$$\varepsilon(p_\theta) = \frac{p_\theta}{\pi} \int_{p_0}^{p_{\max}} \varepsilon_L(p_h) \sqrt{\frac{p_0^2 - p_\theta^2}{p_h^2 - p_0^2}} \frac{dp_h}{(p_h^2 - p_\theta^2)}, p_0 \leq p_h \leq p_{\max}. \quad (9)$$

В частности, в предельном случае при  $\theta = 0$  полученное выражение (9) сводится к естественному соотношению:

$$\varepsilon(p_\theta(\theta=0)) = \varepsilon(p_0) = \frac{\varepsilon_L(p_0)}{2}. \quad (10)$$

В постановке задачи, когда вместо исходного уравнения для астрономической рефракции (1) рассматривается проинтегрированное по частям уравнение (2), в которое подставляется высотный профиль индекса рефракции (5), можно получить формулу связи астрономической и лимбовой рефракции, в которой выделено слагаемое, определяемое приземным значением индекса рефракции:

$$\varepsilon(p_\theta) = 10^{-6} \left( p_\theta \frac{N(p_0)}{\sqrt{p_0^2 - p_\theta^2}} - \frac{10^6 p_\theta}{\pi} \int_{p_0}^{p_{\max}} \varepsilon_L(p_h) \sqrt{\frac{p_h^2 - p_0^2}{p_0^2 - p_\theta^2}} \frac{dp_h}{(p_h^2 - p_\theta^2)} \right). \quad (11)$$

Из полученных уравнений (9) и (11) можно видеть, что задача определения астрономической рефракции при наземных измерениях по данным ее лимбовой рефрактометрии является корректной, тогда как обратная задача определения лимбовой рефракции по данным угломестных измерений астрономической рефракции является

некорректной и сводится к решению интегрального уравнения типа Фредгольма 1-го рода.

Рассмотрим далее задачу определения взаимосвязи рефракции в геометрии погружения и рефракции для лимбовых измерений. Для того, чтобы получить искомое уравнение, связывающее углы рефракции  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_L$ , воспользуемся профилем индекса рефракции из формулы обращения (7), подставив который в уравнение (4) для лимбовых измерений, имеем:

$$\varepsilon_L(p_h) = 2p_h \int_{p_h}^{p_{max}} \frac{d\varepsilon}{dp}(p) \frac{\sqrt{p^2 - p_0^2 \cos^2 \theta}}{p_0 \cos \theta} \frac{dp}{\sqrt{p^2 - p_h^2}}. \quad (12)$$

Уравнение (12) позволяет определять лимбовую рефракцию по измерениям рефракции при погружении в атмосферу источника или приемника излучения, но следует отметить, что эта задача является некорректной, поскольку содержит производную по экспериментальным данным, что требует применения методов регуляризации при обращении уравнения. Здесь существенно, что невозможно избавиться от производной в интеграле (12) путем интегрирования по частям. Обратная задача определения рефракции в геометрии погружения по рефракции в лимбовой геометрии, сводится, как легко видеть, к уравнению (9) или (10), но записанному для некоторой произвольной высоты внутри атмосферы. Такая задача, как отмечалось выше, является корректной.

Аналогичные соотношения в принципе могут быть получены и для взаимосвязи других характеристик излучения и поглощения атмосферы, измеряемых в различных геометриях.

#### 4. Заключение.

В работе рассмотрены задачи определения взаимосвязи рефракции в различных геометриях измерений: при наземных измерениях под положительными углами места (астрономическая рефракция), при измерениях под отрицательными углами места (лимбовая рефрактометрия), и при измерениях рефракции в геометрии погружения. Получены соответствующие уравнения, связывающие астрономическую и лимбовую рефракции, а также лимбовую рефракцию с рефракцией в геометрии погружения. Установленные соотношения могут быть использованы для сравнения данных

рефракции в различных вариантах геометрии измерений, а также их для взаимного пересчета. В дальнейшем аналогичные уравнения могут быть выведены для других параметров излучения и поглощения атмосферы.



**Список литературы**

1. Kliore A.J., Gain D.L., Levy G.S., Eshelman V.R. Astronaut and aeronaut, 1965, No. T-7, p.72.
2. Lions J.R., Sweetnam D.L., Eshleman V.R. et al. // J. Geophys. Res. 1987. V. 92. No. 13. P. 14.987.
3. Fjeldbo G., Eshleman V.R. // Radio Sci., 1969, v.4, No.10, p.879-897.
4. Kliore A.J., Fjeldbo G., Seidel B. // Radio Sci., 1970, v.5, No.2, p.373-380.
5. Kliore A.J., Patel J.R., Seidel B. et al. // J. Geophys. Res., 1980, v.85, No.A-11, p.5857-5870.
6. Lindal G.F., Sweetnam D.L., Eshleman V.R // Astron J., 1985, v.90, No.6, p.1136-1146.
7. Lindal G.F., Lions J.R., Sweetnam D.L. et al. // J. Geophys. Res., 1987, v.92, No.A-13, p.14.987-15.001.
8. Lindal G.F., Lions J.R., Sweetnam D.L. et al. // J. Geophys. Res., 1990, v.17, No.10, p.1733-1736.
9. Колосов М.А., Яковлев О.И., Круглов Ю.М. и др.// Радиотехника и электроника, 1972, т.17, № 12, с.2483-2490.
10. Гречко Г.М, Гурвич А.С., Романенко Ю.В., Савченко С.А., Соколовский С.В. // Доклады АН СССР, 1979, № 4, с.828-831.
11. Соколовский С.В. // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1981, т.17, № 6, с. 574-579.
12. Гурвич А.С., Кан В., Попов Л.И., Рюмин В.В., Савченко С.А. // Изв.АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1982, т.18, № 1, с. 3-7.
13. Гайкович К.П., Наумов А.П. // Исследование Земли из космоса, 1983, № 4, С.25.
14. Гайкович К.П. // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1984, т.20, № 8, С.675.
15. Соколовский С.В. // Изв.АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1986, т.22, № 8, с. 890-892.
16. Волков А.А., Гречко Г.М, Гурвич А.С. и др. // Изв.АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1987, т.23, № 11, с. 1228-1230.
17. Гречко Г.М, Гурвич А.С., Казбанов В.А. и др. // Труды ГОИ, 1989, т.71, вып.205, 121 с.
18. Бесчастнов С.П., Гречко Г.М, Гурвич А.С. и др. // Изв.АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1984, т.20, №4, с.231.

19. Горбунов М.Е. // Изв.АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1994, т.30, № 6, С.776-778.
20. Гайкович К.П., Гурвич А.С., Наумов А.П. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1983. Т. 19. № 7. С.675.
21. Бесчастнов С.П., Гречко Г.М., Гурвич А.С., и др. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1984. Т. 20. № 2. С.231.
22. Загоруйко С.В., Кан В. // Радиотехника и электроника, 1984, т.29, № 5, С.95.
23. Павельев А.Г. К решению обратной задачи рефракции // Радиотехника и электроника, 1980, т.25, № 12, с.2504-2509.
24. Павельев А.Г. Решение обратной задачи рефракции // Радиотехника и электроника, 1982, т.27, № 5, с.1037-1039.
25. Колосов М.А., Павельев А.Г. Радиопросвечивание атмосферы при помощи источников искусственного и естественного происхождения // Радиотехника и электроника, 1982, т.27, № 12, с.2310-2317.
26. Павельев А.Г. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1985, т.25, № 3, с.392-402.
27. К.П.Гайкович, М.И.Сумин. О восстановлении высотных профилей показателя преломления, давления и температуры по наблюдениям астрономической рефракции. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1986, т.22, № 9, с.917-924.
28. Н.А.Василенко, К.П.Гайкович, М.И.Сумин. определение профилей температуры и давления атмосферы по измерениям астрономической рефракции вблизи горизонта. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1986, т.22, № 10, с.1026-1033.
29. Н.А.Василенко, К.П.Гайкович, М.И.Сумин. Метод определения профилей температуры атмосферы по наблюдениям астрономической рефракции звезд. доклады АН СССР, 1986, т.290, № 6, с.1332-1335.
30. Н.А.Василенко, К.П.Гайкович, М.Б.Черняева. Анализ точности решения прямой и обратной задач рефракции. Изв. вузов. Радиофизика, 1997, т.40, № 6, с.682-687.
31. К.П.Гайкович, Г.Ю.Хачева. Обратная задача рефракции в геометрии погружения. Оптика атмосферы и океана, 1997, т.10, № 1, с.69-72.
32. Gaikovich K.P., Khacheva G.Yu. Interrelation of refraction and atmosphere refractive index in partial immersion geometry. Conf. Proc. of 7-th Int. Crimean Conf. «Microwave and Telecommunication Technology» (Crimea, Ukraine, Sevastopol, Sept.15-18, 1997), 1997, Sevastopol: Weber Co., pp.681-683.

ВЗАИМОСВЯЗЬ АТМОСФЕРНОЙ РЕФРАКЦИИ В РАЗЛИЧНЫХ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СХЕМАХ ИЗМЕРЕНИЯ. К.П.Гайкович, М.Б.Черняева  
/Автореферат/

В работе рассмотрены задачи определения взаимосвязи рефракции в различных схемах измерений: при наземных измерениях под положительными углами места (астрономическая рефракция), при измерениях под отрицательными углами места (лимбовая рефрактометрия), и при измерениях рефракции методом погружения. Получены соответствующие уравнения, связывающие углы астрономической и лимбовой рефракции, а также угол лимбовой рефракции с углом рефракции в схеме метода погружения. Установленные соотношения могут быть использованы для сравнения данных рефракции в различных геометрических схемах измерений, а также их для взаимного пересчета. В дальнейшем аналогичные уравнения могут быть получены и для других параметров излучения и поглощения атмосферы.

Interconnection of atmosphere refraction in various kinds of measurements geometry

K.P.Gaikovich, M.B.Tchernyaeva

Integral expressions have been obtained, which relate ground-based measurements of refraction at positive elevation angles (astronomical refraction), limb-viewing satellite measurements of refraction at negative elevation angles, and refraction measured in immersion geometry, when a source or a receiver changes the position inside the atmosphere.