

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ЛИМБОВОГО ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ В НЕКОРРЕКТНОЙ ПОСТАНОВКЕ ¹

К.П.Гайкович, М.Б.Черняева

В работе рассмотрены обратные задачи лимбовой рефрактометрии и СВЧ зондирования. Обычно задачи этого типа сводятся к интегральным уравнениям типа Абеля и решаются на основе его известного обратного преобразования. Вместе с тем, существуют такие варианты постановки задачи, для которых невозможно найти решение указанным методом. В частности, это случаи, когда измеряемая величина известна на интервале прицельных высот, который составляет лишь часть интервала высот, на котором ищется решение. Для рефрактометрии такой случай неизбежно возникает, когда имеет место волноводная стратификация атмосферы. Другим примером некорректной постановки задачи является обратная задача лимбового СВЧ зондирования с учетом конечной ширины диаграммы направленности или задача восстановления профиля газовой компоненты в фиксированном направлении по спектру теплового излучения. В работе предложены методы решения такого рода задач, основанные на принципе обобщенной невязки Тихонова и представлены результаты численного моделирования восстановления высотного профиля показателя преломления в обратной задаче рефрактометрии и профиля озона в обратных задачах СВЧ зондирования.

Введение

Лимбовые измерения – измерения на просвет одного из параметров излучения в зависимости от высоты перигея луча над поверхностью планеты. Если измеряется рефракция электромагнитных волн, то соответствующая обратная задача состоит в решении интегрального уравнения типа Абеля на основе его хорошо известного обратного преобразования. Высотный профиль индекса рефракции определяется как интеграл от измеренной зависимости рефракции. Рефрактометрические методы дистанционного зондирования атмосферы находят все более широкое применение по мере развития космических исследований и их приложений к решению проблем метеорологии, связи и навигации. Восстановление высотного профиля показателя преломления по вкладу атмосферы в доплеровский сдвиг сигнала, излучаемого с космического аппарата, широко использовалось при радиопросвечивании атмосфер планет Солнечной системы

¹ Работа выполнена при поддержке Минобразования России, грант № 97-0-8.1-27.

[1-9] и Земли [10-19]. В ситуации, когда как источник, так и приемник расположены вне исследуемой атмосферы, задача решается путем применения обратного преобразования Абеля к наблюдаемой зависимости измеряемой величины от прицельного параметра. К аналогичному способу решения сводится задача и в случае внутриатмосферных лимбовых измерений рефракции для восстановления профиля показателя преломления ниже уровня наблюдателя [19-22].

Интерес представляет решение обратной задачи лимбовой рефрактометрии в предположении, что высотный интервал восстановления шире, чем интервал высот лучевых перигеев, для которых известна рефракция. Такая постановка приводит уже к некорректной обратной задаче. Наиболее интересный ее вариант - это когда рефракционная зависимость может быть измерена только до некоторого определенного уровня высоты, а высотный профиль индекса рефракции должен быть восстановлен не только в этом слое, но также в высотной области над этим слоем. Возможна постановка задачи для случаев, когда зависимость рефракции известна для двух или более высотных интервалов. Здесь уже точное решение уравнения Абеля неприменимо, и мы имеем некорректную задачу для интегрального уравнения 1-го рода. Здесь следует отметить, что к некорректным задачам относится также обратная задача астрономической рефракции (задача восстановления профиля индекса рефракции по данным наземных измерений рефракции в зависимости от угла места источника), которая сводится к решению уравнения Фредгольма 1-го рода [23-29].

К аналогичным некорректным постановкам приводит и задача лимбового СВЧ зондирования, т.е. задача восстановления профилей концентрации газовых составляющих атмосферы по измерениям теплового излучения в их спектральных линиях на просвет (или излучения другого спутника, проходящего через атмосферу) в зависимости от высоты перигея луча. Методы спутниковых лимбовых измерений развиваются с целью решения проблемы глобального мониторинга атмосферы. К настоящему времени уже выполнены такие измерения ряда малых газовых составляющих (озон, ClO , HNO_3) [30-34] и получены первые результаты восстановления высотного профиля озона. При этом для восстановления использовался статистический подход [35]. Вместе с тем, исследовались возможности решения задачи лимбового СВЧ зондирования без привлечения статистической информации. Такие исследования начались применительно к слабой линии водяного пара на 1,35 см [35], где благодаря отсутствию экспоненциального фактора ослабления в ядре интегрального уравнения оказалось возможным свести задачу к интегральному уравнению типа Абеля и получить решение в виде его обратного преобразования так же, как в обратной задаче лимбовой рефрактометрии.

Следует отметить, что, строго говоря, полученное решение содержало производную от яркостной температуры по прицельному расстоянию, а, как известно, вычисление производной по экспериментальным данным является слабо некорректной задачей [38]. В [35] эта проблема решалась путем сглаживания данных полиномами, степень которых последовательно возрастала до значения, при котором среднеквадратичное отклонение данных от полиномиальной кривой достигало уровня погрешности измерений. В [36] для решения задачи в условиях значительного поглощения при измерениях в сильных линиях, когда соответствующее интегральное уравнение становится нелинейным, был разработан итерационный алгоритм, в котором на каждом шаге численно решалось линейризованное уравнение типа Вольтерра 1-го рода, в ядро которого на первом шаге подставлялся средний профиль газовой компоненты. Слабая некорректность уравнения Вольтерра также преодолевалась путем сглаживания данных полиномами.

Для задачи лимбового СВЧ зондирования в более общей постановке, в частности, при учете конечной ширины луча диаграммы направленности, такой, достаточно простой, подход становится невозможным. В этом случае соответствующее линейризованное уравнение представляет собой уже интегральное уравнение с постоянными пределами интегрирования типа Фредгольма 1-го рода, которое является сильно некорректным. Постановки задачи, также приводящие к сильной некорректности, включает случаи, когда зависимость измеряемого излучения от высоты перигея луча известна лишь на части (или частях) интервала высот восстановления и (или), когда шаг измерений по высоте может быть много больше шага высотной дискретизации восстанавливаемого профиля.

Поскольку время, требуемое на процедуру сканирования, может существенно ограничивать точность измерений, интерес представляет задача восстановления профиля концентрации по спектру теплового излучения, измеряемому на фиксированном прицельном расстоянии. В этом случае сохраняется преимущество лимбового зондирования, связанное с отсутствием влияния излучения подстилающей поверхности, но задача также становится сильно некорректной, близкой к задаче восстановления профиля по наземным измерениям спектра теплового излучения в линии озона, рассмотренной в [37]. В [37] нелинейная обратная задача была успешно решена итерационным методом, аналогичным [36], но на каждом шаге итерационного процесса соответствующее линейризованное уравнение, представлявшее собой уравнение Фредгольма 1-го рода, решалось методом обобщенной невязки Тихонова [38].

1. Обратная задача лимбовой рефрактометрии

Для лимбовых измерений обратная задача рефракции может быть выражена следующим интегральным уравнением:

$$10^{-6} \int_{r_h}^{r_{\max}} \frac{dN}{dh}(r) \frac{-2r_h}{\sqrt{(nr)^2 - (n_h r_h)^2}} dr = \mathbf{E}(r_h) \quad , \quad r_0 \leq r_h \leq r_{\max} \quad (1)$$

где $r = r_0 + h$, r_0 – радиус Земли, $N = 10^6(n - 1)$ – индекс рефракции, n – показатель преломления, $n_h = n(r_h)$. В случае отсутствия волновода нелинейное уравнение (1) может быть выражено в линейной форме:

$$10^{-6} \cdot \int_{p_h}^{P_{\max}} \frac{dN}{dp}(p) \frac{-2p_h}{\sqrt{p^2 - p_h^2}} dp = \mathbf{E}(p_h) \quad , \quad p_0 \leq p_h \leq P_{\max} \quad (2)$$

$p = nr$, $n_0 = n(r_0)$, $p_0 = n_0 r_0$. В корректном случае, когда зависимость рефракции известна на всем интервале восстановления, это уравнение имеет точное решение:

$$N(p) = 10^6 \cdot \int_p^{P_{\max}} \mathbf{E}(p_h) \frac{dp_h}{\pi \sqrt{p_h^2 - p^2}} \quad , \quad p_0 \leq p \leq P_{\max} \quad (3)$$

Используя соотношение $h = \frac{p}{1 + 10^{-6} N(p)} - r_0$, профиль $N(p)$ пересчитывается в высотный

профиль $N(h)$. Легко видеть из (1), которое зависит от производной индекса рефракции, что решение определяется в действительности с точностью до произвольного постоянного сдвига, то есть, строго говоря, даже в исходной постановке задача лимбовой рефрактометрии уже может рассматриваться как некорректная. При получении точного решения задачи на основе обратного преобразования Абеля используется дополнительное условие $N(\infty) = 0$, а интервал информативных высот увеличивается путем использования стандартной модели атмосферы (см., например, [19]). В случае численного решения (1) также необходимо добавить условие на верхней границе. Лучше всего также задать это дополнительное условие в виде равенства индекса рефракции на верхнем пределе соответствующему значению модельного или среднего профиля.

Решение также лучше всего искать как отклонение от такого профиля [13]. Пусть уравнение (1) рассматривается в случае, когда его правая часть известна в области $0 \leq h \leq h_1$, $h_1 \leq h_{max}$. Решение уравнения (1) для области $h_1 \leq h \leq m_{ax}$ представляет собой типичную некорректную задачу, такого же типа как обратная задача астрономической рефракции для случая наземных измерений, рассматриваемая в [23-29]. Легко показать, что эта задача сложнее, чем решение интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода. Действительно, если профиль индекса рефракции $N(p)$ также считается известным в области $p_0 \leq p \leq p_1$, задача легко сводится к интегральному уравнению Фредгольма 1-го рода:

$$10^{-6} \cdot \int_{p_1}^{p_{max}} \frac{dN}{dp}(p) \frac{-2p_h}{\sqrt{p^2 - p_h^2}} dp = \varepsilon'(p_h), \quad (4)$$

$$\varepsilon'(p_h) = \varepsilon(p_h) - 10^{-6} \cdot \int_{p_h}^{p_1} \frac{dN}{dp}(p) \frac{-2p_h}{\sqrt{p^2 - p_h^2}} dp, \quad p_0 \leq p_h \leq p_1$$

Такая задача неустойчива к малым погрешностям в правой части и требует для своего решения использования той или иной дополнительной (априорной) информации о точном решении. Специфика этой информации и способ ее математического использования определяет конкретный метод регуляризации решения (см. [38-39]).

Если же решать задачу для восстановления на всем интервале $p_0 \leq p \leq p_{max}$, то уравнение (2) также будет некорректным уравнением 1-го рода, но его тип не имеет специального названия. Можно ожидать, что для слоя $p_0 \leq p \ll p_1$ задача будет близка по типу к уравнениям Вольтерра 1-го рода с переменным пределом интегрирования, а для интервала $p \gg p_1$ - к уравнениям Фредгольма 1-го рода с постоянными пределами. В промежуточной области около значения $p = p_1$ свойства решения могут иметь некоторый особенный переходный характер.

Чтобы восстановить индекс рефракции в области $0 \leq h \leq h_{max}$, если измерения рефракции известны в области $0 \leq h \leq h_1$, уравнение (1) решалось численно методом обобщенной невязки Тихонова [25], в котором используется принадлежность точного решения классу квадратично интегрируемых функций с квадратично интегрируемыми производными. Результаты численного эксперимента дают точность восстановления для разных уровней ошибок измерения рефракции.

На рис.1а представлен пример типичного восстановления (пунктир) реального зондового профиля (сплошная линия) для случая, если измерения рефракции известны в области $0 \leq h \leq 5$ км и уровень ошибок рефракции $\delta\varepsilon=5''$, из линейного уравнения (2). Можно видеть, что специфическая особенность профиля выше верхнего уровня измерений ($h_I = 5$ км) хорошо восстанавливается.

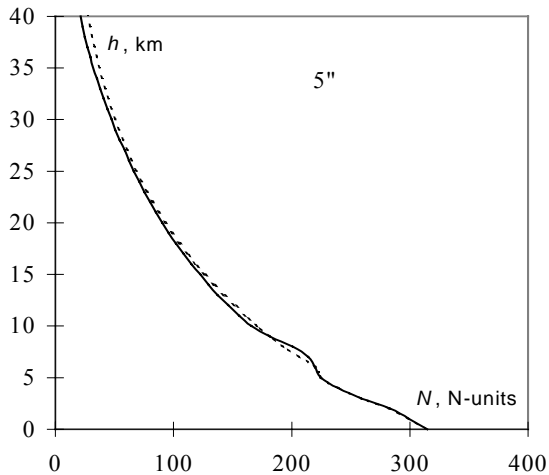


Рис.1а.

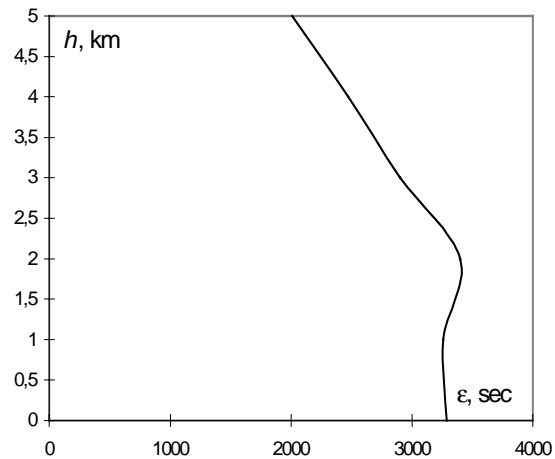


Рис.1б.

На рис.1б показана зависимость угла рефракции от высоты в интервале измерений, соответствующая исходному профилю на рис.1а. Наиболее интересен случай, когда существует область атмосферного волновода выше верхнего уровня измерений рефракции. В этой области измерения рефракции отсутствуют или искажаются из-за влияния дифракции на резком градиенте показателя преломления. Более того, линейное уравнение (2) неприменимо при наличии волноводной области. Здесь необходимо использовать в решении итерационную процедуру для нелинейного уравнения (1), подставляя в ядро уравнения стандартный (или средний) профиль показателя преломления на первом шаге итерационного процесса.

Пример восстановления из нелинейного уравнения (1) для случая волноводной стратификации показан на рис.2а. Волноводное распределение индекса рефракции успешно восстанавливается даже при более высоком моделируемом уровне ошибок измерений рефракции ($\delta\varepsilon = 15''$) благодаря тому, что в этом случае велико и само возмущение рефракции, вносимое наличием волновода. На рис.2б можно видеть резкое возрастание рефракции вблизи нижней границы волновода (в приближении геометрической оптики рефракция в этой точке стремится к бесконечности). Верхняя граница измерений определяется таким образом, чтобы было возможным использовать для анализа исходное уравнение, полученное в геометрикооптическом приближении.

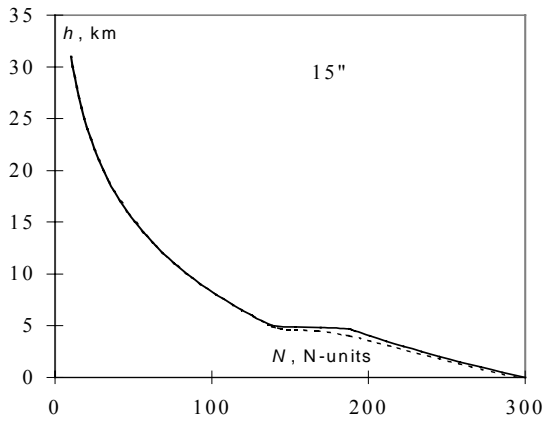


Рис.2а.

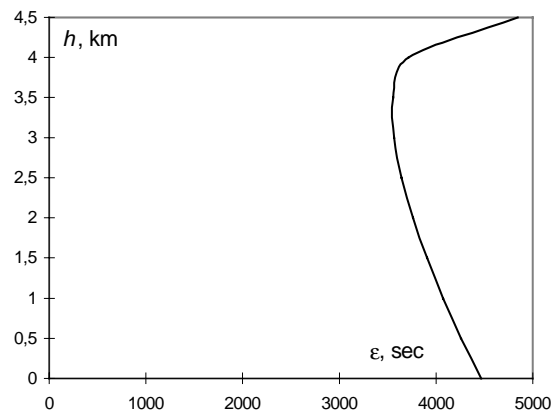


Рис.2б.

Наиболее объективным подходом к оценке точности решения обратных задач является численное моделирование по замкнутой схеме с использованием ансамблей зондовых данных. При таком подходе для каждого профиля из ансамбля вычисляется рефракция, набрасывается нормально распределенная случайная погрешность с заданным стандартным отклонением, решается обратная задача и определяется величина среднеквадратичного отклонения восстановленных профилей от исходных. На рис.3 представлен результат такого анализа для уровня моделируемой ошибки 5". Решение искалось как отклонение от среднего по ансамблю профиля с использованием измерений рефракции в радиодиапазоне до прицельной высоты 5 км. Так же, как в [13-14, 27-29], использовался ансамбль, соответствующий летним условиям ЕТ РФ.

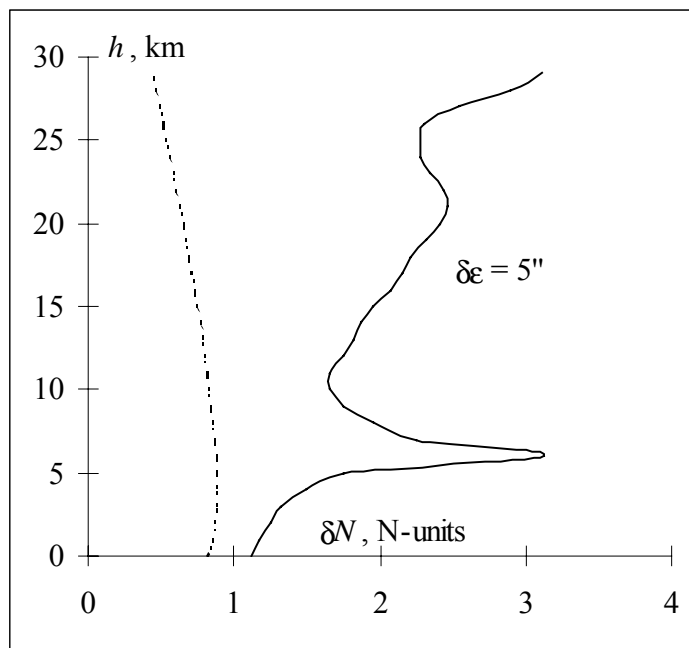


Рис.3. Среднеквадратичная ошибка восстановления профиля индекса рефракции по измерениям рефракции до высоты 5 км (сплошная линия) и по измерениям во всем интервале высот (пунктир).

На рис.3 для сравнения представлены результаты оценки точности восстановления по измерениям рефракции во всем интервале высот. Можно видеть, что до верхнего уровня использованных измерений (высоты 5 км) точность решения близка к точности решения корректной задачи лимбового зондирования во всем интервале. Выше уровня 5 км, где задача приобретает свойства, близкие к уравнению Фредгольма 1-го рода, погрешность решения возрастает и примерно соответствует точности решения обратной задачи астрономической рефракции [27-29]. В переходной области происходит существенный рост погрешности решения до уровня, сравнимого с ее естественными вариациями, которые составляют примерно 2-3% от среднего значения индекса рефракции. С точки зрения практического использования метода следует отметить, что из лимбовых измерений могут выпадать лишь сравнительно узкие интервалы по прицельному параметру, и, разумеется, не представляется оправданным восстанавливать профиль далеко за пределами интервала прицельных высот измерений.

2. Лимбовое СВЧ зондирование

Решение обратной задачи лимбового зондирования в постановке [36] сводится к уравнению для яркостной температуры теплового излучения с переменным нижним пределом интегрирования, которым является высота точки перигея луча (длина волны может изменяться в зависимости от этого параметра):

$$T_B(r_0, \lambda) = \int_{r_0}^{\infty} u(r)K(r, r_0, \lambda, u)dr, \quad (5)$$

где $T_B(r_0, \lambda)$ - радиояркостная температура в зависимости от высоты точки перигея луча и от длины волны λ , u - концентрация газовой компоненты, K - нелинейное ядро. Для решения задачи в [36] применялся итерационный метод, в котором на каждом шаге методом прямого обращения решалось соответствующее линейризованное уравнение типа Вольтерра 1-го рода. Такая задача является слабо некорректной, близкой по типу к задаче вычисления производной по экспериментальным данным со случайной погрешностью. Для стабилизации решения применялся метод сглаживания зависимости яркостной температуры от прицельной высоты полиномами, степень которых зависела от уровня погрешности измерений. Такой способ, хотя и вполне оправдан с практической точки зрения, тем не менее, является одним из методов регуляризации "по здравому смыслу", поэтому одной из целей данной работы являлось сравнение результатов

такого упрощенного подхода с результатами последовательного подхода к решению некорректных задач, сводящихся к уравнениям 1-го рода [38]. Поскольку при решении некорректных задач ошибка восстановления не пропорциональна погрешности данных и может быть определена только путем численного моделирования, был выполнен соответствующий численный анализ. Этот анализ показал, что точность решения несколько возрастает по сравнению с [36], особенно для сложных распределений.

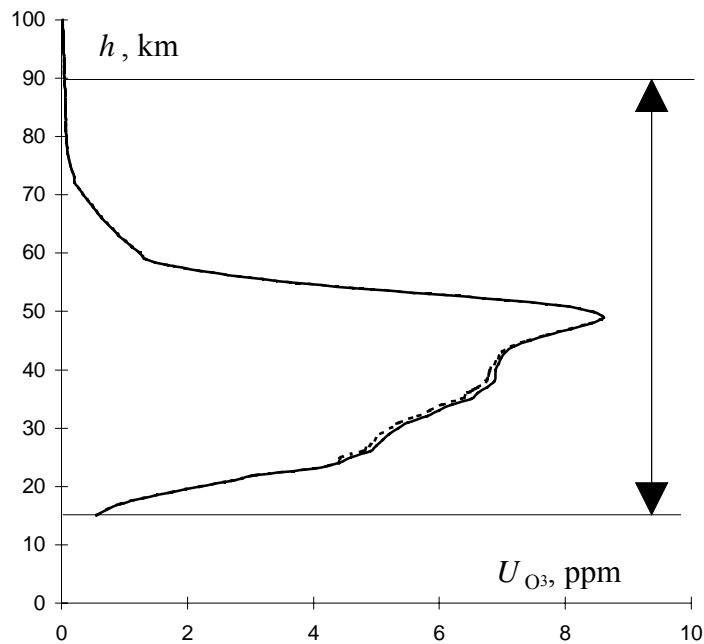


Рис.4. Восстановление методом Тихонова.

На рис.4-5 представлен пример численного моделирования восстановления профиля с особенностью на высоте 50 км. Можно видеть, что применение метода обобщенной невязки Тихонова на каждом шаге итерационного процесса позволяет восстановить исходный профиль с лучшей точностью при большем уровне погрешности (1 К - в методе Тихонова и 0,5 К - в методе прямого обращения со сглаживанием). Стрелками показан интервал прицельных высот "измерений".

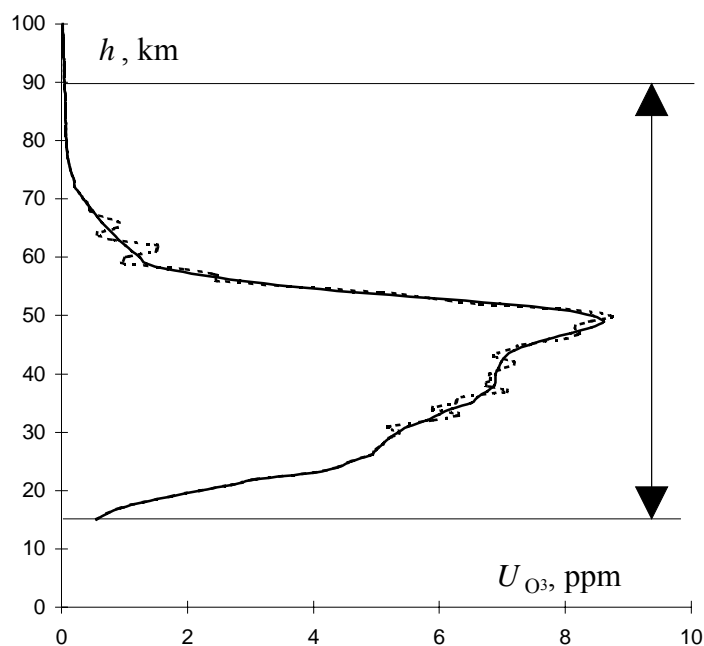


Рис.5. Восстановление методом прямого обращения со сглаживанием.

На рис.6 представлена зависимость яркостной температуры принимаемого излучения в зависимости от прицельной высоты для исходного профиля концентрации озона на рис.4-5.

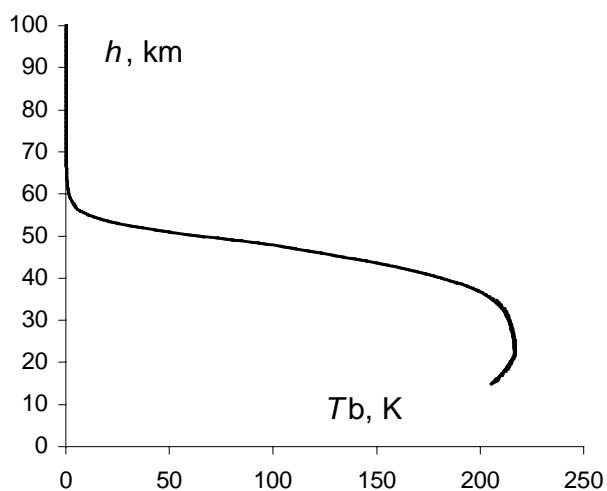


Рис.6.

Метод допускает обобщение задачи для случая, когда учитывается конечная ширина диаграммы направленности. Если форма диаграммы направленности в вертикальной плоскости (обынтегрированная по азимуту) описывается функцией $\Phi(r-r_0)$, то для измеряемой антенной температуры справедливо

$$T_A(r, \lambda) = \int_{r_s}^{\infty} \Phi(r - r_0) dr_0 \int_{r_0}^{\infty} u(r') K(r', r_0, \lambda, u) dr' \quad (6)$$

r_s - радиус Земли. Меняя порядок интегрирования,

$$T_A(r, \lambda) = \int_{r_s}^{\infty} u(r') dr' \int_{r'}^{\infty} \Phi(r - r_0) K(r', r_0, \lambda, u) dr_0 \quad (7)$$

Внутренний интеграл в (7) образует новое ядро K' в уравнении для антенной температуры, которое уже является уравнением с постоянными пределами типа Фредгольма 1-го рода:

$$T_A(r, \lambda) = \int_{r_s}^{\infty} u(r') K'(r', r, \lambda, u) dr' \quad (8)$$

Если решать задачу (5) в более сложной постановке, полагая, что значения $T_B(r_0)$ заданы только в интервале $r_s < r < r_H$ (до высоты H), то интервал восстановления разбивается на две физически различные области. Во внутренней области $r < r_H$ решение близко к уравнению типа Вольтерра 1-го рода в исходной постановке задачи в работе [36]. Во внешней области $r > r_H$ задача приближается по типу к уравнениям Фредгольма 1-го рода со свойствами решения, аналогичными обратной задаче [37]. Уравнение (5) для внешней и внутренней области в целом также является некорректным, тип которого не имеет особого названия, сочетая в себе признаки обоих упомянутых уравнений, которые должны по-разному проявляться во внешней и внутренней области восстановления.

На рис.7а приведен пример восстановления профиля концентрации озона по измерениям вблизи резонанса спектральной линии озона на 142 ГГц в слое 15 - 30 км при точности измерений 0,5 К, представленным на рис.7б.

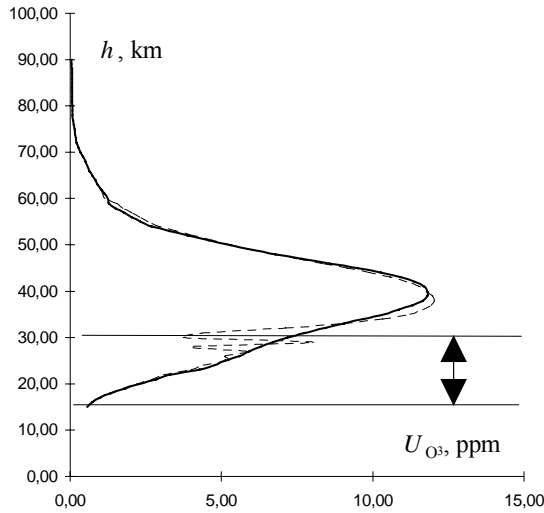


Рис.7а.

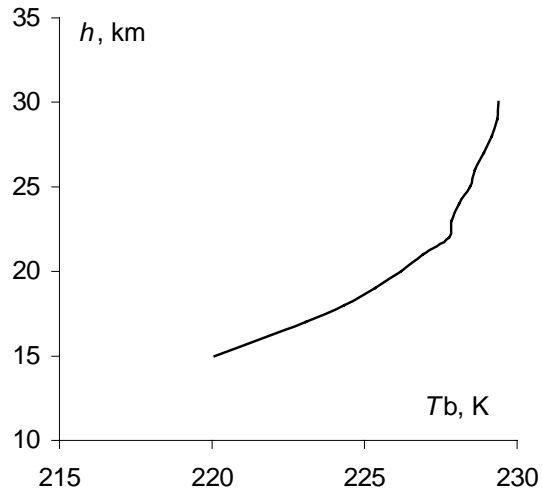


Рис.7б.

Некорректная обратная задача может быть сформулирована для случая, когда профиль озона восстанавливается по спектру $T_B(\lambda)$ на фиксированной прицельной высоте r_0 . Целесообразность такой постановки может быть оправдана экономией времени измерений за счет отсутствия необходимости сканирования по прицельной высоте луча. Результаты численного моделирования в целом сопоставимы по точности с результатами, полученными при решении аналогичной задачи наземного зондирования [37].

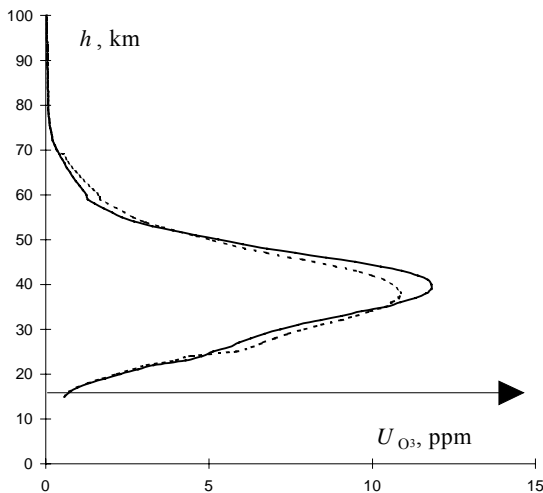


Рис.8а.

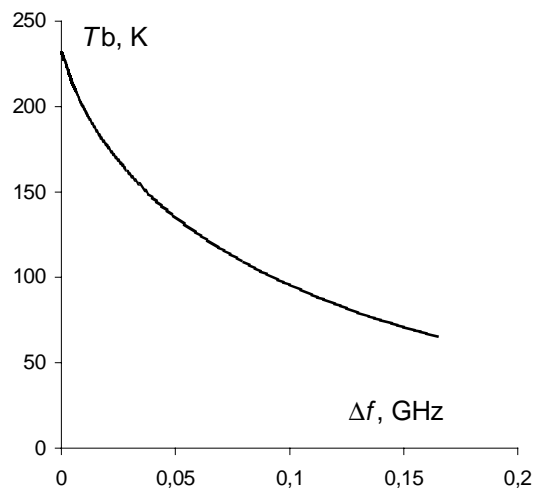


Рис.8б

На рис.8а можно видеть пример восстановления по спектральной зависимости яркостной температуры (рис.8б) в линии 142 ГГц, измеренной при фиксированной прицельной высоте луча

$H = 15$ км (показана на рисунке стрелкой), то есть, полагая диаграмму направленности бесконечно узкой. Очевидно, что такая задача имеет решение только в слое выше H .

Более содержательный и интересный с практической точки зрения вариант постановки рассматриваемой задачи возникает в случае учета конечной ширины диаграммы направленности, когда при измерениях при любой прицельной высоте вклад в излучение вносят все слои атмосферы. На рис.9а представлен случай восстановления профиля озона по спектру яркостных температур, измеренных антенной системой с гауссовой формой диаграммы направленности с полушириной 20 км. Прицельная высота оси диаграммы направленности составляла 30 км. Стрелки показывают прицельные высоты оси диаграммы направленности и уровней ее полуширины. На рис.9б представлена зависимость яркостной температуры принимаемого излучения в зависимости от величины отклонения по частоте от резонансной.

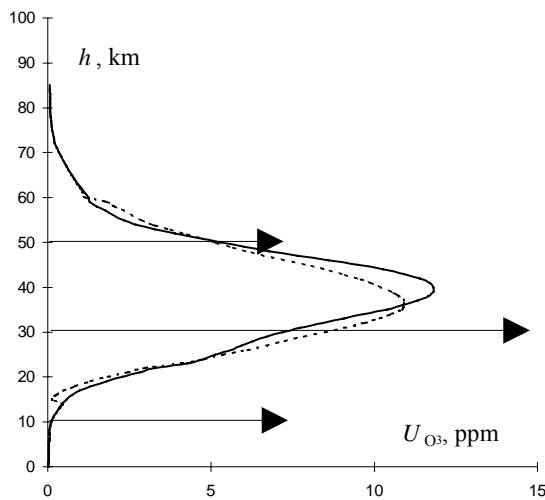


Рис.9а.

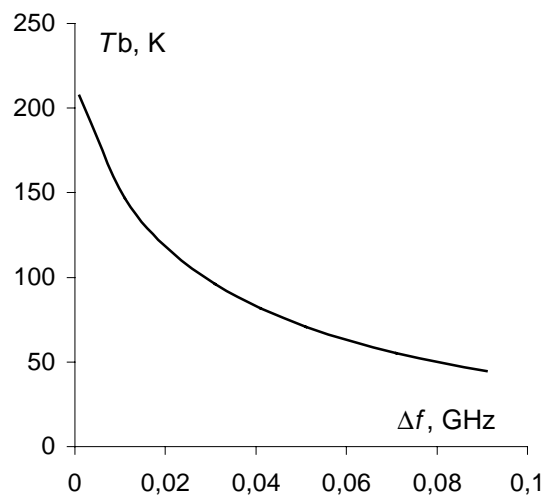


Рис.9б.

Можно видеть, что при уровне погрешности 0,5 К профиль озона неплохо восстанавливается во всем высотном интервале.

Следует отметить, что для лимбового зондирования в целом существенной проблемой является привязка высоты, т.е. определение абсолютной высоты перигея луча.

Заключение

Разработан метод решения обратной задачи лимбовой рефрактометрии атмосферы в некорректной постановке для случая, когда интервал восстановления высотного профиля показателя преломления шире, чем интервал прицельных высот, в котором заданы значения рефракции. Соответствующее интегральное уравнение 1-го рода обращалось на основе метода

обобщенной невязки Тихонова, который использует весьма общую априорную информацию о квадратичной суммируемости искомой функции и ее производной. Получено решение этой задачи в наиболее важном с практической точки зрения случае – при наличии атмосферного волновода, когда отсутствуют измерения в интервале прицельных высот, соответствующих волноводу. Результаты численного моделирования позволяют определить точность восстановления профиля показателя преломления при решении задачи для земной атмосферы.

Аналогичный подход применялся для решения обратной задачи лимбового зондирования профилей газовых составляющих (озона) атмосферы по измерениям теплового излучения с учетом принадлежности ее к классу некорректных задач. Помимо исходной постановки задачи [36], задача решена случая, когда высотный интервал измерений более узкий, чем интервал восстановления профиля концентрации озона. Кроме этого, профиль озона восстановлен по спектру радиояркостной температуры, измеренному на фиксированной прицельной высоте, включая и наиболее интересный с практической точки зрения вариант, когда учитывается конечная ширина диаграммы направленности. Все рассматриваемые случаи приводят к сильно некорректным обратным задачам. Алгоритмы их решения также основаны на применении метода обобщенной невязки Тихонова.

Список литературы

1. Kliore A.J., Gain D.L., Levy G.S., Eshelman V.R. Astronaut and aeronaut, 1965, No. T-7, p.72.
2. Lions J.R., Sweetnam D.L., Eshleman V.R. et al. // J. Geophys. Res. 1987. V. 92. No. 13. P. 14.987.
3. Fjeldbo G., Eshleman V.R. // Radio Sci., 1969, v.4, No.10, p.879-897.
4. Kliore A.J., Fjeldbo G., Seidel B. // Radio Sci., 1970, v.5, No.2, p.373-380.
5. Kliore A.J., Patel J.R., Seidel B. et al. // J. Geophys. Res., 1980, v.85, No.A-11, p.5857-5870.
6. Lindal G.F., Sweetnam D.L., Eshleman V.R // Astron J., 1985, v.90, No.6, p.1136-1146.
7. Lindal G.F., Lions J.R., Sweetnam D.L. et al. // J. Geophys. Res., 1987, v.92, No.A-13, p.14.987-15.001.
8. Lindal G.F., Lions J.R., Sweetnam D.L. et al. // J. Geophys. Res., 1990, v.17, No.10, p.1733-1736.
9. Колосов М.А., Яковлев О.И., Круглов Ю.М. и др.// Радиотехника и электроника, 1972, т.17, № 12, с.2483-2490.
10. Гречко Г.М, Гурвич А.С., Романенко Ю.В., Савченко С.А., Соколовский С.В. // Доклады АН СССР, 1979, № 4, с.828-831.
11. Соколовский С.В. // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1981, т.17, № 6, с. 574-579.
12. Гурвич А.С., Кан В., Попов Л.И., Рюмин В.В., Савченко С.А. // Изв.АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1982, т.18, № 1, с. 3-7.
13. Гайкович К.П., Наумов А.П. // Исследование Земли из космоса, 1983, № 4, С.25.
14. Гайкович К.П. // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1984, т.20, № 8, С.675.
15. Соколовский С.В. // Изв.АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1986, т.22, № 8, с. 890-892.
16. Волков А.А., Гречко Г.М, Гурвич А.С. и др. // Изв.АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1987, т.23, № 11, с. 1228-1230.
17. Гречко Г.М, Гурвич А.С., Казбанов В.А. и др. // Труды ГОИ, 1989, т.71, вып.205, 121 с.
18. Бесчастнов С.П., Гречко Г.М, Гурвич А.С. и др. // Изв.АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1984, т.20, №4, с.231.
19. Горбунов М.Е. // Изв.АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1994, т.30, № 6, С.776-778.
20. Гайкович К.П., Гурвич А.С., Наумов А.П. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1983. Т. 19. № 7. С.675.
21. Бесчастнов С.П., Гречко Г.М., Гурвич А.С., и др. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1984. Т. 20. № 2. С.231.
22. Загоруйко С.В., Кан В. // Радиотехника и электроника, 1984, т.29, № 5, С.95.
23. Павельев А.Г. К решению обратной задачи рефракции // Радиотехника и электроника, 1980, т.25, № 12, с.2504-2509.

24. Павельев А.Г. Решение обратной задачи рефракции // Радиотехника и электроника, 1982, т.27, № 5, с.1037-1039.
25. Колосов М.А., Павельев А.Г. Радиопросвечивание атмосферы при помощи источников искусственного и естественного происхождения // Радиотехника и электроника, 1982, т.27, № 12, с.2310-2317.
26. Павельев А.Г. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1985, т.25, № 3, с.392-402.
27. К.П.Гайкович, М.И.Сумин. О восстановлении высотных профилей показателя преломления, давления и температуры по наблюдениям астрономической рефракции. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1986, т.22, № 9, с.917-924.
28. Н.А.Василенко, К.П.Гайкович, М.И.Сумин. определение профилей температуры и давления атмосферы по измерениям астрономической рефракции вблизи горизонта. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1986, т.22, № 10, с.1026-1033.
29. Н.А.Василенко, К.П.Гайкович, М.И.Сумин. Метод определения профилей температуры атмосферы по наблюдениям астрономической рефракции звезд. доклады АН СССР, 1986, т.290, № 6, с.1332-1335.
30. Waters J.W., Hardy J.C., Jarnot R.F., Picket H.M. Chlorine monoxide radical, ozone and hydrogen peroxide: stratospheric measurements by microwave limb sounding // Science, 1981, v.14, No. 4516, p.61-64.
31. Waters J.W. Microwave limb sounding, in "Atmospheric remote sensing by microwave radiometry", Ch.8. Ed. M.A.Janssen, J.Wiley&Sons, Inc. 1993.
32. Waters J.W., Manney G.L., Froidevaux L., Flower D.A., Jarnot R.F. UARS MLS observations of lower stratospheric ClO in 1992-93 and 1993-94 Arctic winter vortices. 1995, Geoph. Res. Lett., v.22, No.7, pp.823-826.
33. Manney G.L., Froidevaux L., Waters J.W., Santee M.L., Read W.J., Flower D.A., Jarnot R.F., Zurec R.W. Arctic ozone depletion observed by UARS MLS during the 1994-95 winter. Geoph. Res. Lett., 1996, v.23, No.1. pp.85-88.
34. Santee M.L., Manney G.L., Froidevaux L., Zurec R.W., Waters J.W. MLS observations of ClO and HNO₃ in the 1996-97 Arctic polar vortex. Geoph. Res. Lett., 1997, v.24, No.22, pp.2713-2716.
35. Гайкович К.П., Китай Ш.Д. О возможности определения влагосодержания верхних слоев атмосферы радиометрическим методом // Исследование Земли из космоса, 1982, № 5, с.54-58.
36. Гайкович К.П., Китай Ш.Д., Наумов А.П. Об определении высотных распределений озона и других малых газовых составляющих атмосферы по лимбовым измерениям со спутника в СВЧ диапазоне // Исследование Земли из космоса, 1991, № 3, с.73-81.

37. Gaikovich K.P. Tikhonov's method of the ground-based retrieval of the ozone profile\ Digest of IGARSS'94, USA, Pasadena: California Institute Of Technology, 1994, v.4, pp. 1901-1903.
38. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.:Наука, 1983. 200 с.
39. Турчин В.Ф., Козлов В.И., Малкевич М.С. Использование методов математической статистики для решения некорректных задач // УФН, т.102, вып.3, с. 345 - 386.